

מתמטיקה בדידה להנדסה 2 (83118)
בחינת סיום (מועד א')

מרצה: פרופ' רון עדין
 מתרגל: אריאל ויצמן
 משך הבחינה: שעתיים וחצי.
 חומר עזר מותר: דף הנוסחאות המצורף ומחשבון.
 יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות, כל אחת בעמוד נפרד. כולן שוות משקל.
 נא לרשום בעמוד הראשון אילו שאלות נבחרו. בהעדר רישום, תיבדקנה ארבע
 השאלות הראשונות במחברת.
 ניתן לסמן עמודים שלמים כ"טיוטה". נא לכתוב בכתב ברור ולנמק היטב כל
 פתרון.

בהצלחה!

1. א. הוכיחו: $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$
 ב. מצאו נוסחה מפורשת קצרה עבור $\sum_{i=0}^n i^2 \binom{n}{i}^2$.
2. נגדיר עץ בינרי כעץ שאחד מקדקודיו הוא "שורש", ולכל קדקוד (כולל השורש) יש בן ימני, או בן שמאלי, או שניהם, או אף אחד מהם. למשל, יש 5 עצים בינריים עם 3 קדקודים. הוכיחו שמספר העצים הבינריים בעלי n קדקודים הוא מספר קטלאן ה- n , C_n .
3. א. כמה מספרים עשרוניים בעלי n ספרות אינם מכילים את הספרה 0, אך מכילים כל אחת מ-9 הספרות האחרות?
 ב. בכמה מספרים עשרוניים בעלי n ספרות כל היותר, סכום הספרות הוא 30?
4. הפקולטה להנדסה החליטה לשווק את המסלול להנדסת מחשבים בעזרת תחרות נושאת פרסים. המשימה היא להרכיב כמה שיותר מילים (לאו דווקא בעלות משמעות), ברוחב 4, המורכבות מהאותיות של "הנדסת מחשבים". מותרות חזרות, האותיות "נ", "י" הן ברוחב 1 ושאר 8 האותיות (האות הסופית "ם" נחשבת זהה לאות "מ") הן ברוחב 2. הפרס הוא הנחה בשכ"ל לשנה א'.
 א. רשמו נוסחת חזרה (רקורסיה) עבור מספר המילים ברוחב כללי n , ומצאו בעזרתה (או בדרך אחרת) את מספר המילים ברוחב 4.
 ב. מצאו נוסחה מפורשת קצרה עבור מספר המילים ברוחב 400.
5. הגרף $K_{a,b,c}$ כולל 3 קבוצות של קדקודים, בגדלים c, b, a בהתאמה, כאשר כל קדקוד מחובר בקשת לכל קדקוד בקבוצה אחרת, אך לא מחובר לאף קדקוד בקבוצה שלו.
 א. הראו (בעזרת ציור מתאים) שהגרף $K_{2,2,2}$ הוא מישורי.
 ב. הוכיחו שהגרף $K_{3,2,2}$ אינו מישורי.