הרצאה IX- מכניקה

חוקי ניוטון, חיכוך, ובעיות מעשיות:

עבור החיכוך הסטטי מתקיים כי $f_s \le \mu N$, כאשר μ זה מקדם החיכוך וN הוא הכח הנורמלי הפועל על הגוף. (הנורמל) החיכוך לעולם לא יעבור את הערך μN , והוא גדל בהתאם לכח הפועל על הגוף. אם יש תנועה, החיכוך בגודל המקסימאלי שלו , ז"א $f_s = \mu N$. ובמקרה בו אין תנועה מתקיים כי גודל הכח שווה לסה"כ הכוחות הפועלים עליו, כי ע"פ החוק הראשון של ניוטון מתקיים כי הגוף מתמיד ולכן $\Sigma F = 0$.

החיכוך תמיד פועל בניגוד לכיוון התנועה !

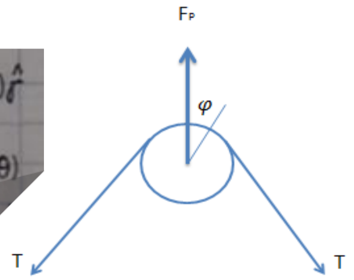
דוגמא: גוף נמצא על מדרון, וקיים חיכוך בין המדרון לגוף. עבור איזה זווית של המדרון יתחיל הגוף להחליק?

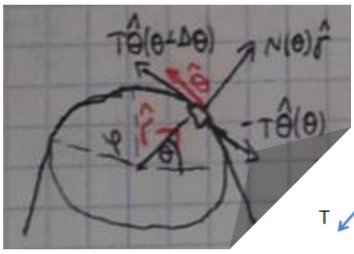
פתרון: נגדיר את מערכת הצירים מקבילה למישור, למרות שהפתרון יכול להיות פשוט יותר אם נקביל אותה למישור המדרון. נקבל את המשוואות הבאות: $\begin{cases} mg = N\cos\theta + f_s\sin\theta \\ f_s\cos\theta = N\sin\theta \end{cases}$ כי מתקיים החוק הראשון של ניוטון. נבצע חילוק, הצבה, נסדר טיפה ונקבל כי $N = mg\cos\theta$.

נציב שוב במשוואה השניה, והפעם נקבל כי $\mu = \tan\theta$ ואז נקבל כי $\theta_c = \tan^{-1}\mu$. וברור שלכל זווית שגדולה מזו תתרחש החלקה, ואילו לכל זווית שקטנה ממנה לא תתרחש החלקה.

כעת נעבור לדון בגלגלות:

דוגמא: שני כוחות T פועלים על גלגלת בצורה סימטרית, וכח נוסף בכיוון ציר y . נפתור פעם אחת עבור חוט חסר מסה ופעם אחת עבור חוט בעל מסה מסויימת.





סכום הכוחות הוא אפס (ע"פ החוק הראשון) ומתקבל המשוואה: $\Sigma F = N(\theta)\hat{r} + T\hat{\theta}(\theta+\Delta\theta) - T\hat{\theta}(\theta) = 0 = N(\theta)\hat{r} + T\underbrace{\frac{\hat{\theta}(\theta+\Delta\theta)-\hat{\theta}(\theta)}{\Delta\theta}}_{\Delta\theta\to 0} = N(\theta)\hat{r} + T\Delta\theta\underbrace{\frac{d\hat{\theta}}{d\theta}}_{-\hat{r}}$.

קיבלנו: $\Sigma F = (N(\theta) - T\Delta\theta)\hat{r} = 0$ ומכאן נובע $N(\theta) = T\Delta\theta$. בכל נקודה ונקודה הכח הנורמלי $\vec{N_i}(\theta) = T\Delta\theta\hat{r}$.

נבצע אינטגרציה (כדי לחשב סכום):

$$\vec{N_T} = \int dN_i = T\int_{\frac{\pi}{2}-\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi}\hat{r}d\theta = T\int_{\frac{\pi}{2}-\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi}(\cos\theta\hat{x} + \sin\theta\hat{y})d\theta = T\int_{\frac{\pi}{2}-\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi}(\cos\theta\hat{x} - (-\sin\theta)\hat{y})d\theta =$$

$$T(\sin\theta\hat{x} - \cos\theta\hat{y})\Big|_{\frac{\pi}{2}-\varphi}^{\frac{\pi}{2}+\varphi} = T(\cos\varphi - \cos\varphi)\hat{x} - T(-\sin\varphi - \sin\varphi)\hat{y} = 2T\sin\varphi\hat{y} = \vec{N_T}$$

סכום הכוחות על הגלגלת. *כל זה בהנחה שהחוט חסר מסה. משל.

חוט בעל מסה:

נעבור לדון במקרה של חוט בעל מסה מפוזרת בצורה אחידה: דוגמא: מתקיים כי $M_{D_y} = M\frac{\Delta y}{L}$. נניח שחרוז נמצא על חוט. פועלים עליו שלושה כוחות: מתיחות כלפי מעלה, מתיחות כלפי מטה של מסת החוט שמתחתיו וכח משיכה שפועל על החרוז מכדור הארץ. נניח שהחרוז בגובה y מעל הקרקע. מתקיים: $\Sigma\vec{F} = 0 = (T(y+\Delta y) - T(y) - M_{d_y}g)\hat{y}$. הפעם נציב את הנוסחא $M_{D_y} = M\frac{\Delta y}{L}$ ונקבל: $0 = \underbrace{\frac{T(y+\Delta y)-T(y)}{\Delta y}}_{\frac{dt}{dy}}\Delta y - M\frac{\Delta y}{L}g$ מכאן נובע: $\Delta y\frac{dT}{dy} = Mg\frac{\Delta y}{L}$. נבצע אינטגרציה, ויוצא מכך כי $\int_0^T dt = \int_0^y \frac{Mg}{L}dy = \boldsymbol{mg\frac{y}{L} = T(y)}$ וזהו הנוסחא לכח המתיחות כפונקציה של האורך- בהנחה שהחוט בעל מסה.

תנועה מעגלית: (ללא גרביטציה)

ע״פ הנוסחאות של מערכת צירים פולרית: $\vec{a}=\ddot{\vec{r}}=\left(\underbrace{\ddot{r}}_{0}-\dot{\theta}^2 r\right)\hat{r}+\left(\underbrace{2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta}}_{0}\right)\hat{\theta}=-\dot{\theta}^2 r\hat{r}=-\omega^2 r\hat{r}$. ע״פ החוק השני של ניוטון $\Sigma F=ma=[T(r+\Delta r)-T(r)]\hat{r}=-m\omega^2 r\hat{r}$. נשתמש בטריק מהדוגמאות הקודמות ונקבל: $\Delta r\frac{T(r+\Delta r)-T(r)}{\Delta r}=-M\frac{\Delta r}{L}\omega^2 r$ ומכאן נובע $\frac{dT}{dr}=\frac{-M\omega^2}{L}r$.

שוב, אינטגרל: $\int_0^T dT=-\frac{M\omega^2}{L}\int_L^r r dr=-\frac{M\omega^2}{L}\left(\frac{r^2}{2}\right)\Big|_L^r=\frac{M\omega^2}{2L}(L^2-r^2)$ לכן $\mathrm{T}(r)=\frac{M\omega^2}{2L}(L^2-r^2)$. הגודל אם *r=0* הוא: $\mathrm{T}(\mathrm{r}=0)=\frac{M\omega^2 L}{2}$.