

גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ו - תרגיל 4

23 במרץ 2016

1. חשבו את אורכה של כל אחת מהעקומות הבאות (הניחו שהן בעלות אורך).

(א) $\gamma(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$

(ב) $\gamma(t) = (2a \cos t + a \cos 2t, 2a \sin t - a \sin 2t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$

(ג) $\gamma(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$

(ד) $\gamma(t) = (2a \cos t - a \cos 2t, 2a \sin t - a \sin 2t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$

2. מצאו פרמטריזציה טבעית לעקומות הבאות:

(א) $\gamma(t) = (1 + 2 \cos t, -3 + 2 \sin t)$

(ב) $\gamma(t) = \left(t, \frac{1}{3} \sqrt{(2 + t^2)^3} \right)$

(ג) $\gamma(t) = \left(t, a \cosh \left(\frac{t}{a} \right) \right)$ עבור $a > 0$

3. חשבו את עקמומיותן של העקומות הבאות. פשטו ככל הניתן.

(א) $\gamma(t) = (1 + 2 \cos t, -3 + 2 \sin t)$

(ב) $\gamma(t) = \left(t, a \cosh \left(\frac{t}{a} \right) \right)$

(ג) $\gamma(s) = \left(\int_0^s \cos(\phi(u)) du, \int_0^s \sin(\phi(u)) du \right)$ כאשר $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה חלקה. הראו שהפרמטריזציה אכן טבעית.

4. מצאו עקומה שעקמומיותה היא $s^2 + s^3 + s^4$.