

הבחינה: באינפי לפיסיקאים
המורים: פרופ' ד. לויתן, פרופ' מ. סודין

משך הבחינה: שלוש שעות.
ענה על ארבע מחמש השאלות.
ללא חומר עזר.

שאלה 1

א. הוכח כי $x=2$ הינו השורש היחיד של המשוואה $x=2^{x/2}$ בקטע $[0,2]$.

ב. הסדרה $\{a_n\}$ מוגדרת ע"י $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt{2^{a_n}}$, הוכח כי הסדרה $\{a_n\}$ מתכנסת ומצא את הגבול.

שאלה 2

חשב את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} x \int_x^{\pi/2} \frac{\cos t}{t^2} dt$

ב. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1^n + \dots + 2000^n}$

שאלה 3

נניח כי $f(x)$ רציפה ב- $[0, \infty)$ וכי קיים $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ סופי. הוכח כי $f(x)$ רציפה במידה שווה ב- $[0, \infty)$.

שאלה 4

א. $g(x)$ רציפה ב- $x=a$ והפונקציה $f(x) = (x-a)g(x)+1$ גזירה ב- $x=a$. מצא את הערך של $g(a)$.

ב. גזור את $f(x) = \frac{(\log x)^x}{x \log x}$, $(\log x = \ln x)$.

BM-3