

83-116 מתמטיקה בדידה – תרגיל 8

לציין בפתרון המוגש: שם מלא, ת.ז ויום של התרגול אליו אתם באים

יחסי שקילות

תרגיל 1 עבור היחסים הנתונים בדוק אם הם יח"ש, במידה וכן מצא את מחלקות השקילות:

$$R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, a + b \text{ זוגי}\}$$

$$R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, a \cdot b \text{ זוגי}\}$$

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a \leq b\}$$

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid b = 3^k a, \quad k \in \mathbb{Z}\} \text{ לאיזשהוא } k \in \mathbb{Z}$$

תרגיל 2

א. הוכח שהיחס הבא המוגדר על \mathbb{R} הוא יח"ש :

ב. עבור היחס בסעיף א' הוכח שאם xRy , אז $(x+y)R(x'+y')$ אם $x - y \in \mathbb{Z}$, מהי מחלקת השקילות של 1? של 0.3?

ג. עבור היחס בסעיף א' מצא דוגמא לאיברים כך ש $(x, x'), (y, y') \in R$ אבל $(xx', yy') \notin R$

תרגיל 3

נתאר יחס על $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ (כלומר ש- $(R \subseteq (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \times (\mathbb{N} \times \mathbb{N}))$)

$$(a, b)R(c, d) \text{ אם } ad = bc$$

הוכיחו שהוא יח"ש ותארו את מחלקת השקילות של (1,2).

תרגיל 4 נתונה קבוצה A . הוכח: אם R, S הם יח"ש על A , אז גם $R \cap S$ יח"ש על A .

יחס סדר

תרגיל 5

היחס הלקסיקוגרפי על $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ מסומן על ידי \leq_L מוגדר בצורה הבאה:

עבור $(a, b), (c, d) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ נגדיר $(a, b) \leq_L (c, d)$ אם $(a < c)$ או $(a = c \wedge b \leq d)$.

כלומר היחס מוגדר כך:

$$R = \{((a, b), (c, d)) \in (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \times (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \mid (a < c) \vee (a = c \wedge b \leq d)\}$$

הוכח ש $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \leq_L)$ קבוצה סדורה לינארית.

תרגיל 6

היחס סדר הקרטזי על $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ מסומן ע"י \leq_{cart} מוגדר בצורה הבאה:

$$(a, b) \leq_{cart} (c, d) \text{ אם } a \leq c \text{ וגם } b \leq d$$

הוכח שהוא יחס סדר חלקי והראה שהוא איננו יחס סדר מלא.

תרגיל 7 $A = \{1, 2, 3\}$ נתבונן בקס"ח $(P(A) \setminus \emptyset, \subseteq)$. מהם האיברים המינימאליים? מהם האיברים המקסימאליים?

תרגיל 8 נגדיר יחס על $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ שיסומן ע"י \preceq המוגדר באופן הבא:

$$(a, b) \preceq (c, d) \text{ אם } a \leq c \text{ וגם } b \geq d$$

האם הוא יחס סדר חלקי? מלא? האם יש איבר מינימאלי/מקסימאלי?