דף תרגילים 2

וקטורים ב R^3 :

1. יהיו a,b,c,d וקטורים ב- R^3. הוכיחו את הזהויות הבאות:
   א. $a\times(b\times c)=(a\cdot c)b-(a\cdot b)c$
   ב. $(a\times b)\cdot(c\times d)=(a\cdot c)(b\cdot d)-(a\cdot d)(b\cdot c)$

2. יהיו a,b שני וקטורים אורתונורמליים ב- R^3. הראו ש:
   א. הווקטורים $a,b,a\times b$ מהווים בסיס אורתונורמלי ב- R^3
   ב. $(a\times b)\times a=b$, $(a\times b)\times b=-a$ והסבירו את המשמעות הגיאומטרית

סכומי איינשטיין

3. בסעיפים הבאים הניחו כי $i,j\in\{1,2,3\}$, וכן הניחו שכל המטריצות הן מסדר 3×3.
   א. כתבו את הביטוי הבא בכתיב רגיל, ללא סימוני איינשטיין, $a^i{}_j b^j{}_k c^k{}_s$.
   ב. תזכורת: מטריצה A היא **אידמפוטנטית** אם מתקיים $A^2=A$. כתבו תנאי זה בסימוני איינשטיין.
   ג. נתון הביטוי $\delta_{ij}a^{ij}$, פשטו אותו ככל האפשר.
   ד. תהי A מטריצה הפיכה. נתון הביטוי $A_{ij}\delta^j{}_k A^{ki}$, פשטו אותו ככל האפשר.

4. תהיינה A,B מטריצות ריבועיות, הוכיחו, בעזרת סימוני הסכימה של איינשטיין $Tr(AB)=Tr(BA)$

5. הוכיחו שפעולת כפל מטריצות מקיימת את חוק הפילוג (דיסטריביוטיביות), סמנו בסכימת איינשטיין.

6. תהיי $\delta^i{}_j$ פונקצית דלתא של קרונקר $i,j=1,2,\dots,n$ העריכו את הביטוי $\delta^i{}_j\delta^j{}_k\delta^k{}_i$ (הנתון בסימוני איינשטיין).