

## מועד א' – אינפי 1 למדעי המחשב – 89-132

מרצה: דר' ארז שיינר      הוראות: משקל כל שאלה 22 נק'      משך המבחן: שלוש שעות      חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\sqrt{n^2-1}}}{\left(1 + \frac{2}{n}\right)^{\sqrt{n^2+1}}} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} e^x - x \cdot \ln(x) \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x + \ln(1+x))}{\sqrt{1 - \cos(2x)}} \quad \text{א.}$$

2. קבעו לכל אחד מן הטורים הבאים אם הוא מתכנס בהחלט, בתנאי או מתבדר:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n^{\cos(n)})}{n} \quad \text{ג.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + (-1)^n} - n}{n^2 + 1} \quad \text{ב.} \quad \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln^2(n)} \quad \text{א.}$$

3. תהי סדרה כך ש  $a_1 = 2$  ולכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  $a_{n+1} = \frac{2a_n - 1}{a_n + 4}$ , הוכיחו כי הסדרה מתכנסת וחשבו את גבולה.

4. תהי פונקציה  $f$  רציפה בקטע  $[0,1]$ , ונניח כי לכל  $\varepsilon > 0$  קיימת נקודה  $x \in [0,1]$  כך ש  $f(x) > 1 - \varepsilon$ .

א. הוכיחו: קיימת נקודה  $c \in [0,1]$  בה  $f(c) \geq 1$ .

ב. הוכיחו או הפריכו: אם  $f(0) = 0$  אזי קיימת נקודה  $c \in [0,1]$  בה  $f(c) = 1$ .

5. תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  הגזירה בכל הממשיים כך שלכל  $x \in \mathbb{R}$  מתקיים  $f'(x) < x$ .

א. הוכיחו או הפריכו: לפונקציה  $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$  יש בדיוק שורש אחד.

ב. חשבו את  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - x^2$ .