

ט"ו אלול ה'תשע"ז 6.9.17

מועד ב' בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

קורס מס' 83114 תשע"ז, סמסטר ב'

מרצה: ד"ר רוני ביתן, מתרגלים: אירינה ראיצ'יק, תומר ירון, עולא אמארה.
 משר הבחינה: שלוש שעות, חומר עזר מותר: מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 25 נקודות.

ענה על ארבע שאלות מתוך חמש. נמק את צעדיך !

שאלה 1. הצג את המספרים הבאים כ(סכומים של) טורי מספרים רציונליים:

א. $\sqrt{2}$ (10 נק') ב. π (15 נק').

שאלה 2.

א. גיא גולש על הר מכוסה בשלג. מעטפת ההר היא משטח חלק הנתון ע"י $F(x, y, z) = 0$ כך ש: $F_z \neq 0$.

באיזה כיוון ב- \mathbb{R}^3 , מהנקודה (x_0, y_0, z_0) , גיא יגלוש באופן הכי תלול (ביחס לציר z)? (10 נק').

ב. היעזר בדיפרנציאל מסדר ראשון של פונקציה $f(x, y)$ כדי להעריך בקירוב את: $\sqrt[4]{15.1 + (0.99)^2}$ (15 נק').

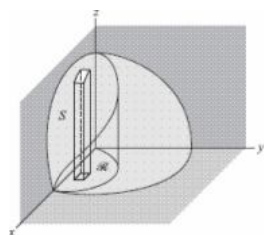
שאלה 3.

א. יהא משטח חלק S נתון ע"י $z = f(x, y)$. הראה כי אם P היא נקודת קיצון מקומי על S תחת האילוץ

$$g(x, y) = 0 \quad (\text{באשר } g(x, y) \text{ בעלת נ"ח רציפות בסביבה של } P), \text{ אזי: } \nabla f_{(P)} \parallel \nabla g_{(P)} \quad (10 \text{ נק').}$$

ב. מצא את המרחק המינימלי בין הפרבולה: $x^2 + 2xy + y^2 + 4y = 0$ והישר: $3x - 6y + 4 = 0$.

רמז: מרחק הנקודה (x, y) מהישר $ax + by + c = 0$ הוא: $\frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (15 נק').



שאלה 4. חשב את שטחו של חלק המעטפת של חצי הכדור ברדיוס a , הנחתך ע"י גליל שקוטרו מונח על רדיוס הכדור (ראה תמונה) (25 נק').

שאלה 5. חשב את שטף השדה $A = (x^2 + y^2, z^2 - 2xy, x - y)$ דרך המשטח הפתוח:

$$S = \{0 \leq y = 4 - x^2 - z^2\}.$$

(25 נק').

בהצלחה !