

מבחן מועד א' – בדידה למורים – תשע"ט

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 30/01/19 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. נקראת תלולה אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : (x_1 < x_2) \wedge (|x_2 \cdot f(x_1)| \leq f(x_2))$$

א. האם $f(x) = x^2$ תלולה?

ב. האם $f(x) = \frac{1}{x}$ תלולה?

ג. האם $f(x) = \sin(x)$ תלולה?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \setminus (B \cap C) = A$ אזי $(A \cap B) \setminus C = A \cap B$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים כי $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cap C)$.

ג. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים כי $P(A) \setminus A = P(A)$.

3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל n מתקיים כי $n^3 + 2n$ מתחלק ב-3 ללא שארית.

4. תהיינה שתי פונקציות $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם $f \circ g$ הפיכה, וגם $f \circ f$ הפיכה אזי g הפיכה.

ב. אם $f \circ g \circ f$ הפיכה, אזי f, g הפיכות.

ג. אם f חח"ע אז גם $f + f \circ f$ חח"ע.

5. כמה פתרונות שלמים אי שליליים יש למשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10$ כך ש:

א. $x_1 + x_2 = 5$

ב. $x_1 \leq 5$ וגם $x_2 \leq 5$

ג. $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	k מתוך n
$\binom{n-1+k}{n-1}$	n^k	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה