

תרגיל 4 בפונקציות מרוכבות

1. עבור הפונקציות $u(x, y)$ הבאות, מצאו $v(x, y)$ כך שהפונקציה

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

תהיה גזירה בתחום הנתון. בטאו את f לפי z (יוצא משהו פשוט).

(א) $u(x, y) = xe^x \cos y - ye^x \sin y$ בכל \mathbb{C} .

(ב) $u(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2} + x$ ב $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

2. הביאו את המספרים הבאים לצורה קרטזית

(א) $\sin(i)$

(ב) $\cos(-i)$

(ג) $\tan(1+i)$

3. מצאו את כל ערכי z עבורם $\sinh z = 0$.

4. הוכיחו כי

(א) לכל z מתקיים $|e^z| \leq e^{|z|}$

(ב) מתקיים שוויון אם ורק אם z ממשי אי שלילי.

5. מצאו את כל הנקודות בהן $\cos \bar{z}$ גזירה.

6. פתרו את המשוואה $e^{e^z} = 1$.