

## תרגיל 6

1. תהי  $X$  קבוצה מדידה עם מידה סופית ותהי  $f \in L^1(X, \mu)$  (אינטגרבילית ביחס ל  $\mu$ ) אי

$$\text{שלילית. הראו ש } \lim_{\alpha \rightarrow 1^-} \int_X f^\alpha d\mu = \int_X f d\mu.$$

2. נניח  $\mu$  הינה מידה סופית. הוכיחו כי פונקציה מדידה ואי שלילית הינה אינטגרבילית אמ"מ

$$\sum_{n=1}^{\infty} \mu(\{x : f(x) \geq n\}) < \infty.$$

3. תנו דוגמא לסדרה של פונקציות אי-שליליות  $f_n$  השואפות לאפס נקודתית כך ש  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = 0$

אבל לא קיימת פונקציה אינטגרבילית  $g < f_n$  לכל  $n$ .

4. מצאו פונקציה  $f : (0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה ולא אינטגרבילית לבג אך כך שהאינטגרל רימן הלא

אמיתי שלה קיים. כלומר, אנו רוצים ש  $\int_0^1 |f| dm = \infty$  אבל ש  $\lim_{a \rightarrow 0^+} R(f1_{(a,1]})$  קיים.