

## תרגיל בית 12 במתמטיקה בדידה 2

83-118 סמסטר ב' תשע"ו

5 ביולי 2016

1. יהי  $G$  גרף לא מכוון. הוכיחו שאם לכל קודקוד בגרף דרגה 2 או יותר, אז יש מעגל בגרף.
2. בנו גרף לא מכוון שבו דרגות כל הקודקודים גדולות מ-10 ויש בו קודקוד שאינו נמצא על אף מעגל.
3. הוכיחו שגרף לא מכוון  $G$  הוא קשיר אם ורק אם לכל זוג קודקודים  $u, v$  יש מסלול פשוט בין  $u$  לבין  $v$ .
4. כיצד נראה הגרף המשלים של הגרף הדו-צדדי השלם  $K_{s,t}$ ? (ראו הגדרה 5.2.12 בספר).
5. גדיר באופן רקורסיבי מחלקה  $F$  של גרפים לא מכוונים. הבסיס: הגרף הכולל קודקוד בודד שייך למחלקה  $F$ . הכלל הרקורסיבי: יהיו  $G$  גרף במחלקה  $F$ ,  $x$  קודקוד ב- $G$  ו- $y$  קודקוד חדש שאיננו שייך לקודקודי  $G$ . נבנה גרף חדש על ידי הוספת הקודקוד  $y$  והצלע  $(x, y)$  ל- $G$ . אז גם הגרף החדש שייך למחלקה  $F$ . אילו גרפים נמצאים במחלקה  $F$ ? הוכיחו תשובתכם.
6. יהי  $n$  מספר טבעי. יהי גרף  $G$  עם  $2^n$  קודקודים שמתאימים לתת-קבוצות של  $\{1, \dots, n\}$ . שני קודקודים הם שכנים אם בחיתוך של תת-הקבוצות המתאימות להם יש בדיוק שני איברים. מה מספר הקודקודים עם דרגה 0 בגרף  $G$ ? מה הוא מספר רכיבי קשירות של  $G$ ?
7. יהי גרף  $G$  מסדר  $n$  עם  $k$  רכיבי קשירות. נבנה גרף חדש שבו אנו מוציאים קודקוד  $x$  מהגרף  $G$  יחד עם כל הקשתות שחלות ב- $x$ . מה הוא המספר המינימלי האפשרי והמספר המקסימלי האפשרי של רכיבי קשירות בגרף החדש? הוכיחו תשובתכם ומצאו דוגמאות לחסמים שמצאתם.