

תורת הגרפים - סמסטר ב תשס"ט תרגיל מספר 2

1. יהיו $G = (V, E)$ ו $H = (U, F)$ שני גרפים. תהי $G \times H$ המכפלה הקרטזית שלהם. הוכח או הפרך : אם G ו H גרפים קשירים אז המכפלה הקרטזית $G \times H$ קשירה.
2. א. הוכח או הפרך : אם G ו H אוילריאנים אז המכפלה הקרטזית $G \times H$ אוילריאן.
ב. הוכח : אם G ו H המילטוניאנים אז במכפלה $G \times H$ יש מסילה המילטונית.
3. כתוב אלגוריתם למציאת מסלול אוילר בגרף. הוכח את נכונותו.
4. עבור אילו ערכים של m ו n הגרף $K_{m,n}$ המילטוניאן ? הוכח.
5. יהי G גרף פשוט. גרף הקן של G , $L(G)$, הוא גרף שקדקדיו הם צלעות G . בין שני קדקדים ב- $L(G)$ יש צלע אם הם מייצגים שתי צלעות ב- G להן קדקוד משותף.
א. מצא שני גרפים (מסדר > 5) לא איזומורפיים שגרפי הקו שלהם איזומורפיים.
ב. הראה שגרף הקו של גרף רגולרי הוא רגולרי.
6. יהי G גרף פשוט. הוכח או הפרך :
א. אם G אוילריאן אז גרף הקו $L(G)$ גם הוא אוילריאן.
ב. אם $L(G)$ אוילריאן אז G אוילריאן.
ג. אם G אוילריאן אז $L(G)$ המילטוניאן.
ד. אם G המילטוניאן אז $L(G)$ אוילריאן.
7. הוכח: גרף קשיר שאינו אוילריאן הוא סמי-אוילריאן אמ"ם יש בו בדיוק שני קדקדים מדרגה אי-זוגית.
8. הוכח : כל גרף סופי ניתן לשיכון במרחב תלת-ממדי R^3 (ללא חיתוך צלעות).