

שם הקורס: טופולוגיה

שם המרצה: פרופ' מגרל

מתרגלים: מני וסולי

## תרגיל בית מספר 11

### תרגיל 1:

הראו שאם  $X$  מרחב מטרי קומפקטי אז  $diam(X)$  מושג, כלומר קיימים  $a, b \in X$  כך  $d(a, b) = diam(X)$ .

### שאלה 2:

יהי  $X$  מ"ט. נגדיר את האלכסון של  $X \times X$  להיות

$$\Delta = \{(x, x) : x \in X\}$$

האוסדורף אם"ם  $\Delta$  סגור ב-  $X \times X$ .

### שאלה 3:

אפיינו מתי מכפלה כלשהי של מרחבים דיסקרטיים היא דיסקרטית (יש להוכיח את טענתכם).

### שאלה 4:

א. יהיו  $X, Y$  מ"ט,  $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow X$  רציפות ומתקיים  $f \circ g = id_Y$ . הוכיחו כי  $f$  העתקת מנה.

ב. תהי  $f : X \rightarrow Y$  העתקת מנה. הוכיחו כי  $f$  הומיאומורפיזם  $\Leftrightarrow f$  חד-חד-ערכית.

### שאלה 5:

א. נגדיר יחס שקילות על  $\mathbb{R}^2$ :  $(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 + y_1^2 = x_2 + y_2^2$ . הוכיחו כי  $\mathbb{R}^2 / \sim$  הומיאומורפי ל-  $\mathbb{R}$ .

רמז: מצאו את ההעתקה ההפוכה ל-  $\hat{f}$  מ-  $\mathbb{R}$  ל-  $\mathbb{R}^2 / \sim$ .

ב. נגדיר יחס שקילות על  $\mathbb{R}^2$ :  $(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$ . למה הומיאומורפי  $\mathbb{R}^2 / \sim$ ?

### תרגיל בונוס:

תהי  $f : X \rightarrow Y$  העתקה סגורה, כך ש  $f^{-1}(y)$  קומפקטית לכל  $y \in Y$ . תהי  $K \subseteq Y$  קומפקטית, הראו ש  $f^{-1}(K)$  קומפקטית.

בהצלחה!