



תרגיל 1: הפרדת משתנים, פונקציות הומוגניות, משפחה אורתוגונלית, הצבה חכמה

ואינטגרציה

פתרו את התרגילים הבאים ובדקו את תשובותיכם!

משוואות ניתנות להפרדה

פתרו את המשוואות הדיפרנציאליות הבאות בעזרת שיטת הפרדת המשתנים:

$$1. \quad (1+2y)dx + (4-x^2)dy = 0$$

$$2. \quad y(x=2) = 1 \quad xdy + 2ydx = 0$$

$$3. \quad y(x = \frac{\pi}{3}) = e \quad y' \sin x = y \ln y$$

$$4. \quad y(x = \sqrt{2}) = 0 \quad y' = \frac{2xy^2 + x}{x^2y - y}$$

משוואות עם פונקציות הומוגניות

פתרו את המשוואות הבאות בעזרת השיטה שנלמדה בכתה עבור משוואות דיפרנציאליות

מסדר ראשון עם פונקציות הומוגניות:

$$5. \quad (x \sin \frac{y}{x} - y \cos \frac{y}{x})dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$$

$$6. \quad 2xdy - 2ydx = \sqrt{x^2 + 4y^2} dx$$

$$7. \quad (y^2 - x^2)dx + xydy = 0$$

משפחת עקומות אורתוגונלית

מצאו את משפחת העקומות האורתוגונלית עבור כל אחת ממשפחות העקומות הבאות. עבור

כל סעיף ציירו את משפחת העקומות הנתונה ואת המשפחה האורתוגונלית שלה.

$$8. \quad x^2 + y^2 = Const$$

$$9. \quad xy = k$$



משוואות שונות

פתרו את המשוואות הבאות:

(רמז: ההצבה $z = xy + 1$ ומעבר למשוואה עבור $z(x)$) $(xy^2 + y)dx + (x^2y - x)dy = 0$.10

$y(1 + 2xy)dx + x(1 - xy)dy = 0$.11

$(2y - 3x)dx - xdy = 0$.12

בעיות

נסחו משוואה דיפרנציאלית מתאימה עבור כל בעיה ופתרו אותה. השתמשו בנתונים הנוספים כדי למצוא את קבועי האינטגרציה.

13. מצאו את ההעתק x כתלות בזמן t עבור גוף המתחיל ממנוחה ושהנו בעל התאוצה $g e^{-kt}$ (g, k קבועים).

הראו שעבור t קטן התוצאה הנה בקרוב התוצאה המוכרת עבור גוף הנע בתאוצה קבועה.

הראו שעבור t גדול מאוד המהירות בערך קבועה (הבעיה הנ"ל מתארת באופן גס תנועה של צנחן).

14. חומר מתנדף בקצב שהנו מתכונתי (פרופורציוני) לשטח הפנים החשוף שלו. אם כדור עש שהנו בעל

רדיוס $r = 0.5cm$ נשאר עם רדיוס $r = 0.4cm$ לאחר 6 חודשים, כמה זמן יקח עד ש:

• הרדיוס יהיה שווה ל- $0.25cm$?

• נפח כדור העש יהיה חצי מנפחו המקורי?

15. הניחו שקצב הגידול של תרבית חיידקים מתכונתי בכל רגע ורגע למספר החיידקים הנמצאים בתרבית.

סמנו את קבוע הפרופורציה כ- α . כתבו ופתרו את המשוואה הדיפרנציאלית עבור מספר החיידקים

N כתלות בזמן t אם ישנם N_0 חיידקים בזמן $t = 0$.

בהצלחה!