

תרגיל בית 2 – מבוא להסתברות וסטטיסטיקה
מתרגלים: ליאור דקל ואדם צ'פמן. להגשה ב-18.8 בשיעור התרגיל

- (1) מזכירה מבולבלת הכניסה באקראי n מכתבים ל- n תאים – מכתב אחד לכל תא. מהי תוחלת מספר הממוענים שקיבלו את מכתבם שלהם?
- (2) מס' הצימוקים בעוגיה מתפלג פואסונית עם ממוצע 3 צימוקים. הקונדיטוריה מבטיחה: "לפחות שני צימוקים בעוגיה או שכספך יוחזר".
א. מהי ההסתברות שלא תצטרך לשלם עבור עוגיה אקראית שקנית?
ב. בגוש בצק המיועד ל-150 עוגיות, מבקשים להכניס n צימוקים באופן שיבטיח, בהסתברות של 0.95, שלא יוחזר כסף לקונה? מצא את n .
(אפשר להסתפק בביטוי הכולל רק את n כמשתנה).
- (3) אריק ובנין משחקים בסדרת המשחקים הבאה: בכל משחק מטיל כל שחקן קובייה. אם אחד מהם מקבל מספר גבוה יותר מחברו הוא מקבל מטבע אחד מהקופה (אם יש שוויון אף אחד לא מקבל מטבע).
א. יהי X מ"מ המייצג את הרווח של אריק בסדרה של 10 משחקים. מהי התפלגות X ? מהי תוחלתו? מהי שונותו?
ב. בקופה 9 מטבעות בלבד. מה ההסתברות שהם לא יספיקו לסדרה של 10 משחקים?
ג. כמה משחקים בממוצע ישחקו אריק ובנין עד שישולם המטבע הראשון מהקופה? לכמה משחקים יספיקו בממוצע 9 מטבעות שבקופה?
- (4) יהי $X \sim Poi(\lambda)$ ($\lambda > 0$) מ"מ המייצג את מספר הסועדים הנכנסים למסעדה ביום. ההסתברות שסועד יהנה מארוחתו היא קבועה בהסתברות קבועה $0 < p < 1$ ובלתי תלויה בסועדים הנוספים.
א. מהי פונקציית ההסתברות של מספר הסועדים שיהנו מהארוחה?
ב. נגדיר את שני המאורעות הבאים A ו-B: $A = \{K\}$ אנשים סועדים יהנו מהארוחה, $B = \{J\}$ סועדים לא יהנו מהארוחה. $K+J =$ סה"כ מספר הסועדים ביום. האם המאורעות A ו-B בלתי תלויים או תלויים? הראה זאת בחישוב מתאים.
- (5) נבחר באקראי מספר X מבין המספרים 1,2,3,4,5. אחר כך נבחר מספר נוסף Y מבין המספרים הנ"ל, אבל לא גדול מ- X (זאת אומרת Y נבחר מ- $\{1, \dots, X\}$).
א. מצא את ההתפלגות המשותפת של הזוג (X, Y) ואת ההתפלגות $P_Y(y)$.
ב. מצא את $P(X=2|Y=1)$.
ג. האם X ו- Y בלתי תלויים? הראה זאת.