

לינארית 2-מטלה 2- העתקות לינאריות

תאריך הגשה: 19-21.3.2018 בתרגול.

הנחיות:

בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים:

1. מספר תרגיל
2. שם מלא
3. ת.ז
4. מספר קבוצת תרגול שאליה אתם מגיעים.

תרגיל לחימום. אין צורך להגיש!

תרגיל 0. עבור כל אחת מההעתקות הבאות קבעו והוכיחו האם הן העתקות לינאריות או לא.

- א. $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המוגדרת כך: $T(x, y) = (xy, x^2)$
- ב. $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המוגדרת כך: $T(x, y) = (\sin x, \cos y)$
- ג. תהא $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ אזי העתקה $T_A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ המוגדרת $T_A(v) = Av$.

תרגילים להגשה:

תרגיל 1. א. $V = \mathbb{R}_2[x]$. מצא את ההעתקה הלינארית $T: V \rightarrow V$ המקיימת, $T(x) = 1, T(x^2) = -2x + 1$.
 $T(1) = x + 2$

ב. יהיו $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$

עוד יהיו

$$w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, w_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, w_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

האם קיימת העתקה $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המקיימת $Tv_i = w_i$ לכל i ?

תרגיל 2. $V = \mathbb{R}_2[x], W = \mathbb{R}^4$, האם קיימת $T: V \rightarrow W$ העתקה לינארית חח"ע?

תרגיל 3. נסתכל על ההעתקה $T: \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת על ידי $T(A) = \text{trace}(A)$.

א. הוכח כי T העתקה לינארית.

ב. מצא בסיס לגרעין העתקה.

תרגיל 4. $V = \mathbb{R}^3$. תהי העתקה לינארית $T: V \rightarrow V$ המוגדרת כך: $T(x, y, z) = (x + y, y + z, z)$. מצא את ממדי $\text{Im}T, \text{Ker}T$, ומצא בסיס ל $\text{Im}T$.

תרגיל 5. הוכח או הפרך: יהיו $T, S: V \rightarrow V$ כך ש $\text{Ker}(T) = \text{Ker}(S)$ ו- $\text{Im}(T) = \text{Im}(S)$ אז $S = T$.

תרגיל 6. תהא $T: V \rightarrow V$ העתקה לינארית. הוכח:

א. $\text{Ker}T \subseteq \text{Ker}T^2$.

$$b. \operatorname{Im} T^2 \subseteq \operatorname{Im} T$$

בהצלחה!!