

רשימת משפטים לבחינה

1. נגזרת הפונקציה ההופכית:

תהיינה f, g פונקציות הפכיות (כלומר $x = g(y) \Leftrightarrow y = f(x)$). אם שתי הנגזרות

$$f'(x), g'(y) \text{ קיימות ושונות מאפס, מתקיים } f'(x) = \frac{1}{g'(y)}$$

2. כלל השרשרת:

תהיינה f, h שתי פונקציות ממשיות ותהי $g = f \circ h$ ההרכבה שלהן (כלומר $g(t) = f(h(t))$). לכל ערך של t שעבורו הנגזרות $f'(h(t)), h'(t)$ קיימות, גם הנגזרת

$$g'(t) \text{ קיימת ומתקיים: } g'(t) = f'(h(t))h'(t)$$

3. משפט הנקודה הקריטית:

תהי f פונקציה רציפה בקטע I . תהי $c \in I$ ונניח שיש ל- f מינימום או מקסימום ב- c . אחד

מהבאים מתקיים בהכרח:

א. c היא נקודת קצה של I ;

ב. $f'(c)$ אינה מוגדרת;

ג. $f'(c) = 0$.

4. משפט Rolle:

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על הקטע הסגור $[a, b]$ וגזירה על הקטע הפתוח (a, b) .

אם $f(a) = f(b) = 0$ אזי קיימת לפחות נקודה אחת $c \in (a, b)$ כך ש- $f'(c) = 0$.

5. משפט הערך הממוצע של Lagrange:

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על הקטע הסגור $[a, b]$ וגזירה על הקטע הפתוח (a, b) .

$$\text{אזי קיימת } c \in (a, b) \text{ כך ש-} f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

6. משפט Heine – Cantor:

תהי f פונקציה ממשית המוגדרת על קטע סגור $[a, b]$. אם f רציפה ב- $[a, b]$ אזי היא

רציפה במ"ש ב- $[a, b]$.

$$7. \text{ הטור } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \text{ מתכנס עבור } p > 1 \text{ ומתבדר עבור } p \leq 1$$

8. מבחן Leibniz (טור עם סימנים מתחלפים):

נניח ש- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ הוא טור עם סימנים מתחלפים (כלומר $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ הוא טור חיובי).

אם:

א. $a_n \geq a_{n+1}$ לכל $n \in \mathbb{N}$;

ב. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

אזי הטור $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ מתכנס.