

אלגברה ליניארית 2 – תרגיל מס' 3

1. האם המטריצה $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ ניתנת לשילוש? אם כן, מצא את המטריצה המשולשית לה היא דומה.

2. (א) הוכח שלשתי מטריצות דומות A ו- B אותו פולינום אופייני.

(ב) הוכח שאם A או B הפיכות, אז הפולינום המינימאלי של AB ושל BA זהים.

3. (א) הוכח או הפרך: למטריצות שאינן דומות יכול להיות אותו פולינום אופייני.

(ב) הוכח או הפרך: אם הפולינום האופייני של מטריצה מתפרק למכפלה של גורמים ליניאריים אז המטריצה לכסינה.

4. עבור המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ מצא את:

(א) הפולינום האופייני.

(ב) הערכים העצמיים.

(ג) המרחב העצמי השייך לכל ערך עצמי.

(ד) מטריצה מלכסנת P ומטריצה אלכסונית D מתאימה.

5. השתמש בפולינום האופייני כדי למצוא את הפולינום המינימאלי עבור

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

6. עמוד 87 תרגיל 3.17.