$$=k\int \rho_{(r')}dv' \cdot \frac{1}{r}\left[1+\left(\frac{r'}{r}\right)^2-2\left(\frac{r'}{r}\right)\cos\theta\right]^{-\frac12}$$

נשתמש בפיתוח טיילור:

$$(1+\sigma)^{-\frac12}\approx 1-\frac12\sigma+\frac38\sigma^2+\dots$$

לכן

$$\sigma=\left[\left(\frac{r'}{r}\right)^2-2\frac{r'}{r}\cos\theta'\right]$$

ולכן

$$\varphi = k\int\frac{\rho_{(r')}\cdot dv'}{r}\left[1-\frac12\left(\frac{r'}{r}\right)^2+\frac{r'}{r}\cos\theta'+\frac32\left(\frac{r'}{r}\cos\theta'\right)^2+\dots\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi = k\cdot\int\frac{\rho_{(r')}\cdot dv'}{r}+k\int\frac{\rho_{(r')}\cdot dv'r'}{r^2}+k\int\frac{\rho_{(r')}dv'r'^2}{r^3}\left[\frac32\cos^2\theta'-\frac12\right]+\dots$$

$$=\underbrace{k\cdot\frac{Q}{r}}_{\text{איבר ראשון}\ k_0}+\underbrace{\frac{k}{r^2}\int\rho_{(r')}dv'r'\cos\theta'}_{k_1}$$

מומנט המונופול.   מומנט הדיפול

התשובה:

k_0 עבור מטען בודד.

k_1 האיבר החשוב עבור גוף נייטרלי.

$k_0 =$ מומנט מונופול.

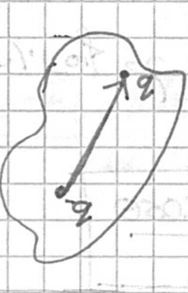
$k_1 =$ מומנט הדיפול.

$k_2 =$ מומנט קוודרופול.

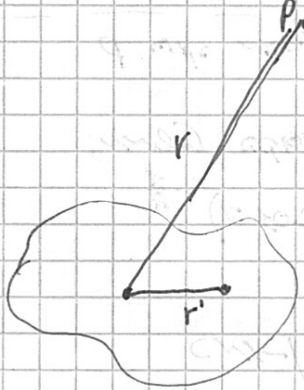
וקטור הדיפול:

$$\vec{p}=\int\vec{r'}\cdot\rho_{(r')}\cdot dv'$$

$$\varphi=k\cdot\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}$$



הרצאה 8 - דיפול חשמלי



מקרה ℓ

$$\int_{\text{בגוף}}\rho' dv'\neq 0$$

$$\varphi=\frac{k}{r}\int\rho' dv'$$

מקירוב טוב.

$$\int \rho' dv' = 0$$

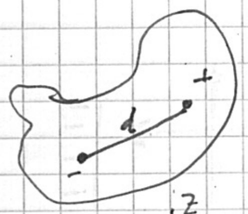
(עד כאן איבר ה-0) איבר הדיפול

$$\varphi = \frac{k}{r^2}\int_{\text{כל הגוף}} \rho' dv' r' \cos\theta$$

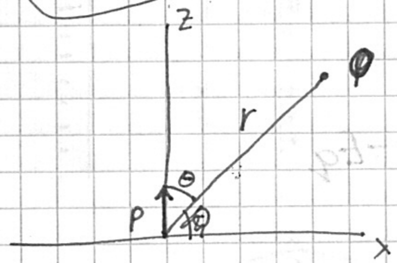
ולכן נגדיר את וקטור הדיפול

$$\vec{p} = \int \rho' dv' \vec{r'}$$

$$[p] = C\cdot m$$



$$\varphi = \frac{k}{r^2}\,\vec{p}\cdot\hat{r}$$



דוגמה 8.1:

$$\varphi = \frac{k}{r^2}|p|\cos\theta$$

$$r = \sqrt{x^2+z^2} \qquad \cos\theta = \frac{z}{r} \qquad \varphi = \frac{k\cdot|p| z}{(x^2+z^2)}\cdot\frac{z}{(x^2+z^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{k\cdot|p|\cdot z}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -k|p|\cdot z\cdot -\frac{3}{2}(x^2+z^2)^{-5/2}\cdot 2x$$

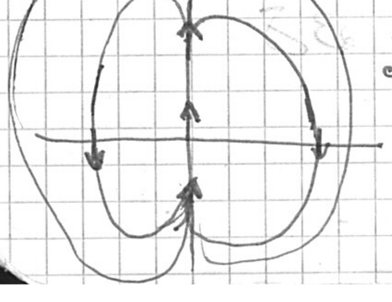
$$= \frac{3k\cdot|p|\cdot z\, x}{(x^2+z^2)^{5/2}} = \frac{3k|p|\cos(\theta)\sin\theta}{r^3}$$

$$\boxed{\frac{z}{(x^2+z^2)^{1/2}} = \cos\theta \qquad \frac{x}{(x^2+z^2)^{1/2}} = \sin\theta}$$

$$E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{k|p|(x^2+z^2)^{3/2} - k|p|\cdot z\cdot\frac{3}{2}(x^2+z^2)^{1/2}\cdot 2z}{(x^2+z^2)^3}$$

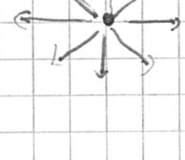
$$= -k|p|\cdot\frac{x^2+z^2-3z^2}{(x^2+z^2)^{5/2}} = -k|p|\frac{1-3\cos^2\theta}{(x^2+z^2)^{3/2}} = \frac{k|p|(3\cos^2(\theta)-1)}{r^3}$$

נראה את הקווים בגלל הקרטזיות על השפות



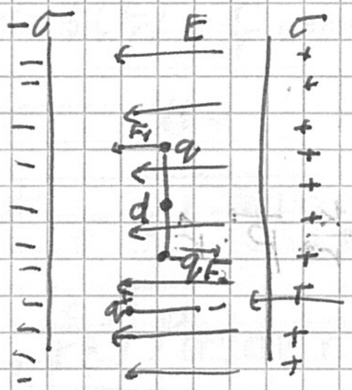
שדה של דיפול

שדה של מונופול



נשים לב שלפי חוק גאוס עם משטח שעוטף גאוס על הדיפול השטף הינו 0.

מה יקרה שנכניס דיפול לתוך שדה חשמלי



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

רוצה להיות במצב הזה.

$$+q: F_1 = E\cdot q \qquad -q: F_2 = -Eq$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\tau| = \frac{d}{2}\cdot E\cdot q\sin\theta + \left(-\frac{d}{2}\right)(-Eq)\sin\theta$$

$$|\tau| = dE\cdot q\sin\theta = |p|\cdot|E|\sin\theta = \vec{p}\times\vec{E}$$

$$W = \int^{180°} \tau\, d\theta$$

במקרה שנסובב אותו ל-180°
נחשב את האנרגיה
שנצברה בדיפול

$$U_e = W = \int_{0°}^{180°} \tau\, d\theta = \int_0^{\pi} |p|\cdot|E|\cdot\sin\theta\, d\theta = |p|\cdot|E|\cdot\Big[-\cos\theta\Big]_0^{\pi}$$

$$U_e = 2|p|\cdot|E|$$

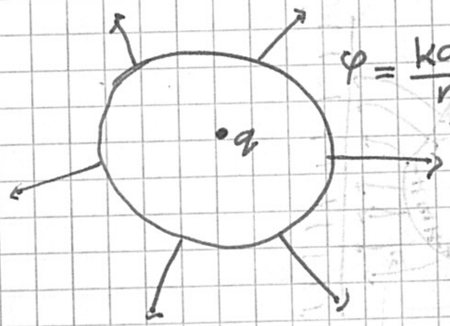
נשים לב שהדיפולים משפיעים על הקבלים

הערה: במידה ונשים הרבה דיפולים אז
זה יהיה כמו הוספת + לצד שמאל ו-
לצד ימין.

<u>גופים מוליכים</u>

משטח שווה פוטנציאל

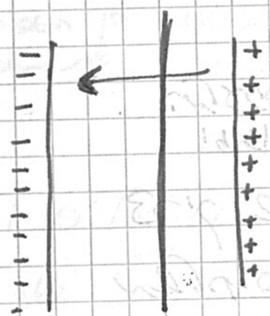
כך לדוגמה: במטען נקודתי:



$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

לא צריך להשקיע אנרגיה כדי להזיז את המטען על המשטח

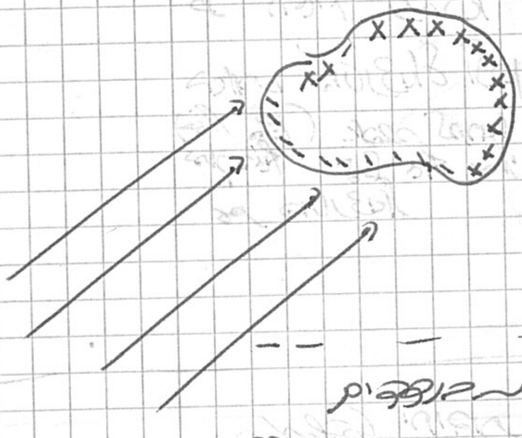
דוגמה נוספת: קבלים:



מקרה כללי: הם מגיעים למצב ~~שבו~~ כזה:

I) הם ניצבים לשפה

II) בשפה כזה יהיה משטח שווה פוטנציאל.



נסתכל על ההשוואה בין מוליכים למבודדים