מבחן מסכם, מועד ב' – קורס תורת המשחקים, 24/08/14

מרצה – ארז שיינר

הוראות – ניתן לענות על כל השאלות, כל שאלה שווה 40 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל למטה (ל100)

משך זמן המבחן – שעתיים וחצי.

הוראות: יש לענות על דפי השאלון בלבד. מחברת הבחינה תשתמש לכם כטיוטה ולא תבדק.

<u>שאלה 1</u>

א. מצאו את פתרון המשחק הבא באמצעות מחיקת אסטרטגיות נשלטות חזק, כאשר שחקן 1 (השמאלי ביותר) בעל אסטרטגיות B,A, שחקן 2 בעל אסטרטגיות 1,2, שחקן 3 בעל אסטרטגיות U,D ושחקן 4 בעל אסטרטגיות R,L.

1

	L	R
U	0,1,0,1	0,2,2,2
D	3,1,-1,0	0,2,1,2

	L	R
U	1,1,1,1	-1,3,0,2
D	0,0,2,1	1,2,-1,2

2

	L	R
U	0,2,2,1	3,3,2,2
D	2,0,1,0	3,4,0, 1

	L	R
U	-1,2,2,1	2,4,1,2
D	1,1,1,0	1,3,0,1

A

B

רשמו את האסטרטגיות **שמחקתם** לפי סדר המחיקה:

1. ______L______ 2. ______1______ 3. ______B______ 4. ______D______

ב. **הוכיחו/הפריכו:** שחקן המשחק אסטרטגית **שיווי משקל** נאש ירוויח **לפחות** את ערך **המקסמין** שלו.
שימו לב: לא מדובר במשחק סכום אפס בהכרח.

משחק הביטוח משקופית 107 מהווה הפרכה, כי חברת הביטוח יכולה לבטח והרי (בטח,אחראי) שיווי משקל, אך אם המבוטח יהיה רשלן חברת הביטוח תקבל מינוס 90 שזה נמוך בהרבה מהמקסמין שהוא 0.

במבחן צריך לפרט יותר.

.2

א. **מצאו** שני פתרונות שונים על ידי מחיקת אסטרטגיות נשלטות חלש.
הקיפו בעיגול את שני הפתרונות

1	-2	0
3	1	1
1	1	2

1	-2	0
3	1	1
1	1	2

ב. מצאו את שיווי המשקל במשחק הבא באמצעות אסטרטגיות מעורבות ו/או טהורות :

	L	R
T	2,2	0,3
B	1,1	1,0

שחקן 1 משחק T בסיכוי p ושחקנית 2 משחקת L בסיכוי q

$$u_1(p,q) = 2pq + (1-p)q + (1-p)(1-q) = 2pq - p + 1$$

$$u_2(p,q) = 2pq + (1-p)q + 3p(1-q) = -2pq + 3p + q$$

דרך מהירה:

על מנת ששחקנית 2 תשחק אסטרטגיה מעורבת ולא טהורה התשלום שלה צריך להיות זהה בשתי האסטרטגיות, בהנתן הבחירה של שחקן 1.

$$u_2(p,1) = -2p + 3p = p + 1$$

$$u_2(p,0) = 3p$$

לכן

$$p + 1 = 3p$$

$$p = \frac{1}{2}$$

באופן דומה

$$u_1(1,q) = 2q$$

$$u_1(0,q) = 1$$

ולכן גם $q = \frac{1}{2}$ ונקודת שיווי המשקל היא $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

כמו כן אין שיווי משקל באסטרטגיות טהורות.

דרך שנייה:

בהנתן בחירה q של השחקנית השנייה, נחפש תגובות מיטיביות של השחקן הראשון.

$$u_1(p,q) = (2q-1)p + 1$$

אם $q > \frac{1}{2}$ יש ישר עולה והמקסימום מתקבל ב$p = 1$

אם $q < \frac{1}{2}$ המקסימום מתקבל ב$p = 0$

אם $q = \frac{1}{2}$ כל ערך של p יניב אותה תוצאה ולכן כל ערכי p הן תגובות מיטיביות

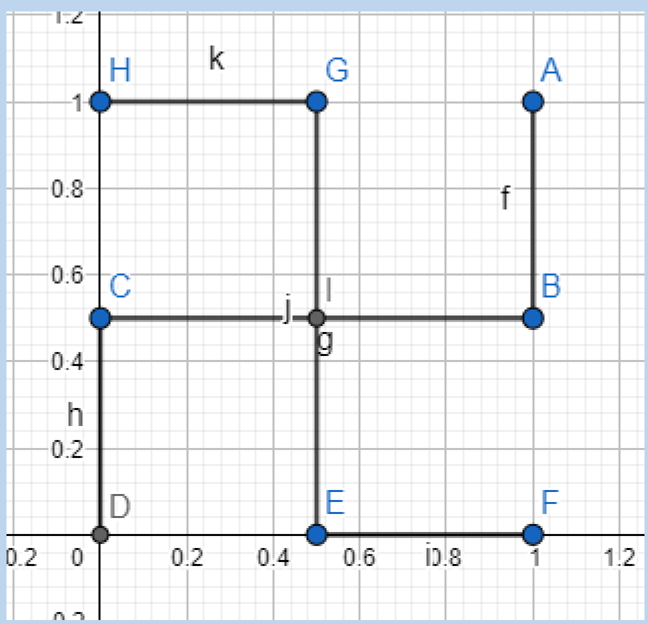
בעת בכיוון ההפוך

$$u_2(p,q) = (1-2p)q + 3p$$

אם $p > \frac{1}{2}$ השיפוע שלילי והמקסימום יתקבל ב$q = 0$

אם $p < \frac{1}{2}$ המקסימום יתקבל ב$q = 1$

אם $p = \frac{1}{2}$ כל תגובה של השחקנית היא מיטבית



.3

א. פונקציות התשלום של שני שחקנים במשחק אסטרטגי רציף נתונות, כאשר $x, y \in [0,1]$

$$U_1(x,y) = 2yx + y - x \qquad\qquad U_2(x,y) = 2xy + 3x - y^2$$

מצאו את כל נקודות שיווי המשקל של המשחק.

בהנתן ששחקנית 2 שיחקה y שחקן 1 צריך לבחור תגובה מיטבית x.

$$u_1(x,y) = (2y-1)x + y$$

כאשר $y > \frac{1}{2}$ השיפוע חיובי והמקס מתקבל כאשר $x = 1$

כאשר $y < \frac{1}{2}$ השיפוע שלילי והמקס מתקבל כאשר $x = 0$

כאשר $y = \frac{1}{2}$ כל תגובה היא מיטבית.

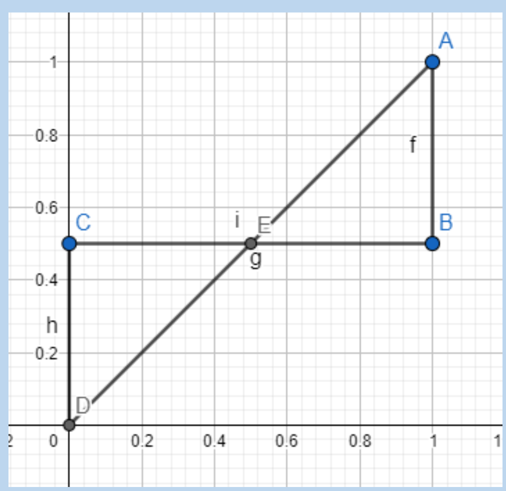
בהנתן ששחקן 1 שיחק x שחקנית 2 צריכה לבחור תגובה מיטבית y.

$$u_2(x,y) = -y^2 + (2x)y + 3x$$

כיוון שהפרבולה בוכה המקסימום בקודקוד – שימו לב – אם הקודקוד בתוך התחום.

אם הקודקוד מחוץ לתחום, המקסימום יתקבל באחד הקצוות.

$$-\frac{2x}{-2} = x$$



ב. נביט במשחק מסעיף א' כמשחק בצורה רחבה בו שחקן 1 משחק ראשון, ולאחר מכן שחקן 2 מגיב. כיצד תשובתכם תשתנה?

שחקן 1 יודע מה שחקנית 2 עומדת לעשות.

אם שחקן 1 שיחק x שחקנית 2 תענה x.

ולכן התשלום במשחק של שחקן 1 הוא בעצם

$$u_1(x,x) = 2x^2$$

המקסימום בקצוות, במקרה זה *x=1*.

ולכן השחקנים ישחקו $(1,1)$