

אלגברה מופשטת 3 – תרגיל 4

חימום

באתר הקורס, תחת מערכי תרגול, יש סיכום שנקרא "שדות – תכונות בסיסיות". קראו אותו. אולי יתווספו אליו כמה נושאים ביומיים-שלושה הקרובים, אז שימו לב.

שאלה 1

חשבו (עם הצדקה):

$$1. [\mathbb{Q}[\sqrt[3]{3 + \sqrt{3}}, \sqrt{5 + \sqrt{5}}] : \mathbb{Q}]$$

$$2. [\mathbb{Q}[\sqrt{2} + \sqrt{10}, \sqrt[5]{5}] : \mathbb{Q}[\sqrt{5}]]$$

שאלה 2

$$1. \text{ הוכיחו: } \mathbb{Q}[\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}] = \mathbb{Q}[\sqrt[3]{5}]$$

2. מצאו שדה $K \subseteq \mathbb{C}$ שבו $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{5}] \neq K$ איזומורפי ל- $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{5}]$. הוכיחו כי השדות איזומורפיים אך שונים כקבוצות.

[אין קשר בין הסעיפים.]

שאלה 3

מצא את שדות הפיצול של הפולינומים הבאים מעל \mathbb{Q} . חשב את המימד שלהם.

$$1. x^4 - 9x^2 + 8$$

$$2. x^7 - 7$$

$$3. x^6 - x^3 - 2$$

שאלה 4

הוכח או הפרך: אם $F \subseteq K \subseteq L$ שדות ו- $\alpha \in L$ אלגברי מעל F , אז $[K[\alpha] : F[\alpha]] \mid [K : F]$.