

1. תהיינה A, B קבוצות חסומות מלעיל

a. הוכיחו/הפריכו: $\sup(A \cup B) = \max\{\sup A, \sup B\}$

b. הוכיחו/הפריכו: $\sup(A \cdot B) = \sup(A) \cdot \sup(B)$

2. חשבו את גבולות הסדרות הבאות:

a. $a_n = \frac{3^{n^2}}{n!}$

b. $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^{\sqrt{n}}$

3. תהי a_n סדרה המקיימת $\forall n: a_n > 0$.

a. נניח כי $\sum a_n$ מתכנס, הוכיחו כי $\sum \sqrt{a_n a_{n+1}}$ מתכנס

b. מצאו דוגמא עברה $\sum \sqrt{a_n a_{n+1}}$ אבל $\sum a_n$ מתבדר

4. קבעו והוכיחו האם הטורים הבאים מתכנסים בהחלט/בתנאי/מתבדרים:

a. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n) \ln(\ln(n))}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}}$

5.

a. תהי f פונקציה רציפה בקטע $[0, 2\pi]$ המקיימת $f(x) \sin(x) \geq 0$.

הוכיחו כי קיימת נקודה $c \in [0, 2\pi]$ עבורה $f(c) = 0$

b. נניח f רציפה במ"ש בקטע $(0, 1)$.

הוכיחו כי $g(x) = x \sin(x) f(x) - \sin(x) f(x)$ רציפה במ"ש בקטע זה.

6.

a. הוכיחו כי לכל x, y מתקיים $|\sin(x) - \sin(y)| \leq |x - y|$

b. תהי $f(x)$ פונקציה גזירה בקטע $(0, 1)$ כך שהגבול $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ אינו קיים.

הוכיחו כי הנגזרת $f'(x)$ אינה חסומה בקטע $(0, 1)$