

תרגיל כיתה 4

1. ההתפלגות המשותפת של זוג המשתנים המקריים (X, Y) נתונה בטבלה הבאה:

	X	0	1	2
Y				
0		1/16	1/8	1/16
1		1/8	1/4	1/8
2		1/16	1/8	1/16

א. מצאו את $Var(X - Y)$, $Var(X)$

ב. האם X ו- Y תלויים?

ג. באופן כללי אם X ו- Y משתנים מקריים בלתי תלויים, מה ניתן להגיד על $Var(X - Y)$?

2. האנשים 1 עד n כאשר $n > 1$, מתקבלים לעבודה בחברה מסוימת באופן זה: 1 מקים את החברה וחונך את 2. 1 ו-2 מתחרים ביניהם מי יחונך את 3. משהתקבל 3 לעבודה, 1, 2 ו-3 מתחרים ביניהם על חניכת 4 וכן הלאה. נניח כי חונכו של $i + 1$ הוא בהסתברות שווה כל אחד מהעובדים $1, 2, \dots, i$.

א. מצאו את התוחלת של מספר העובדים בין $1, 2, \dots, n$ שלא חנכו אף עובד אחד.

ב. פתחו ביטוי לשונות המשותפת $Cov(X_i, X_j)$

3. במשחק משתתפים שלושה כדים. בכל כד חמישה כדורים. בכד ה- $i=1, 2, 3$ ישנם i כדורים לבנים והיתר שחורים. בכל תור נבחר כד באקראי ומוצא ממנו כדור ונרשם צבעו. לאחר מכן הכדור מוחזר לכד והתור הבא משוחק באותו אופן. מה ההסתברות שבששה תורות משחק יצאו לפחות שני כדורים לבנים?

4. λ מטיל מטבע עם סיכוי p לראש 25 פעמים. יהי X מספר הראשים שמקבל λ . μ מטיל

מטבע עם סיכוי p לראש 15 פעמים. יהי Y מספר הראשים שמקבל μ .

א. כיצד מתפלג $X+Y$?

ב. כיצד מתפלג X בהינתן $X+Y=10$?

5. מטילים קוביה הוגנת. תהי N תוצאת ההטלה. אזי מטילים N פעמים מטבע עם סיכוי p

לראש. יהי X מספר הראשים שהתקבלו. חשבו $E(X)$, $V(X)$.

6. X מתפלג $\text{Bin}(n, p)$. $Y|X$ מתפלג $U(X, m)$. מהי $E(Y)$?