

1. תהי X קבוצה, $R \subseteq X \times X$ תת קבוצה של זוגות סדורים $Y \subseteq X$. נגדיר $-S = R \cap (Y \times Y)$ אלו מבין הטענות הבאות נכונה

(א) R יחס טרנזיטיבי על $X \Leftarrow S$ יחס טרנזיטיבי על Y

(ב) R יחס רפלקסיבי על $X \Leftarrow S$ יחס רפלקסיבי על Y

(ג) R יחס סימטרי על $X \Leftarrow S$ יחס סימטרי על Y

(ד) S יחס רפלקסיבי על $Y \Leftarrow R$ יחס רפלקסיבי על X

(ה) $im(S) = Y \Leftarrow im(R) = X$

(ו) $dom(S) = Y \Leftarrow dom(R) = X$

(ז) R חח"ע $\Leftarrow S$ חח"ע

(ח) R יחס שקילות על $X \Leftrightarrow S$ יחס שקילות על Y

2. עבור כל אחד מהקבוצות הבאות ענו האם היא יחס רפלקסיבי, יחס סימטרי, יחס טרנזיטיבי, יחס אנטי סימטרי, יחס שקילות

(א) $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ (יחס על הטבעיים) המוגדר $nRm \Leftrightarrow n$ מספר טבעי $k > 1$ כך ש k מחלק גם את n וגם את m

(ב) $R \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ המוגדר $|n| \leq m$ $nRm \Leftrightarrow$

(ג) $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ המוגדר $3|(x+2y)$ $xRy \Leftrightarrow$

(ד) עבור קבוצה X לא ריקה. $\emptyset \subseteq X \times X$

(ה) R יחס על $P(X)$ המוגדר לכל $A, B \subseteq X$ $A, B \in R \Leftrightarrow A \Delta B \subseteq A$

(ו) עבור X קבוצה $aRb \Leftrightarrow a = b$ (נקרא יחס הזהות, מסומן לעיתים כ I_X)

(ז) $R \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ (יחס על זוגות ממשיים) המוגדר $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

3. כמה יחסי שקילות יש על X בהנתן שב X יש 4 איברים?

4. נכון/לא נכון- אם R יחס סימטרי וטרנזיטיבי אז הוא רפלקסיבי

5. נגדיר יחס על $P(\mathbb{R})$ לכל $A, B \subseteq \mathbb{R}$

$A \cap \{-\pi, 0, 3\} = B \cap \{-\pi, 0, 3\} \Leftrightarrow (A, B) \in R$

בדוק שזהו יחס שקילות. כמה איברים יש בקבוצת המנה?

6. נתונה הקבוצה A ואוסף תת-קבוצות שלה A_1, A_2, \dots, A_n . נגדיר יחס על A .

$\exists i : x \in A_i \wedge y \in A_i \Leftrightarrow xRy$ אלו מהמשפטים הבאים נכון

(א) $R \Leftarrow \bigcup_{k=1}^n A_k = A$ רפלקסיבי

(ב) $R \Rightarrow \bigcup_{k=1}^n A_k = A$ רפלקסיבי

(ג) לכל $1 \leq i < j \leq n$ מתקיים $R \Leftarrow A_i \cap A_j = \emptyset$ רפלקסיבי

(ד) לכל $1 \leq i < j \leq n$ מתקיים $R \Rightarrow A_i \cap A_j = \emptyset$ טרנזיטיבי

(ה) לכל $1 \leq i < j \leq n$ מתקיים $R \cap A_i \cap A_j = \emptyset$ טרנזיטיבי

7. נכון/לא נכון תהא $|X| = 2$ ו R יחס על X אזי R טרנזיטיבי

8. נכון/לא נכון. תהא X קבוצה ו R יחס רפלקסיבי וטרנזיטיבי עליה. נגדיר יחס S על X $aSb \iff aRb \wedge bRa$. אזי S יחס שקילות

9. עבור הפונקציה $f : A \rightarrow B$ האם היא חח"ע, על

(א) $f(x) = |x|$ ו $A = \mathbb{N} \cup \{0\}, B = \mathbb{Z}$

(ב) $f(x) = |x|$ ו $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Q}$

(ג) $f((x, y)) = x$ ו $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}, B = \mathbb{N}$

(ד) $A = B = P(X)$ עבור X קבוצה כלשהיא. ו $f(Y) = X \setminus Y$ ו $\forall Y \in P(X)$

10. יהיו A, B קבוצות לא ריקות אילו מבין הבאים נכון

(א) קיימת פונקציה $f : A \rightarrow B$

(ב) קיימת פונקציה חח"ע $f : A \rightarrow B$

(ג) קיימת פונקציה על $f : A \rightarrow B$

(ד) קיימת פונקציה חח"ע $f : A \rightarrow A \times B$

(ה) קיימת פונקציה על $f : A \rightarrow A \times A$

(ו) אם קיימת פונקציה חח"ע $f : A \rightarrow B$ אז קיימת פונקציה חח"ע $g : A \rightarrow A \times B$

(ז) אם קיימת פונקציה חח"ע $f : A \rightarrow B$ אז קיימת פונקציה חח"ע $g : A \rightarrow B \times B$

11. יהיו A, B קבוצות בעלות מספר סופי של איברים אילו מבין הבאים נכון

(א) אם קיים יחס חח"ע $R \subseteq A \times B$ אז $|dom(R)| = |im(R)|$

(ב) אם קיים יחס שאינו חח"ע $R \subseteq A \times B$ אז $|dom(R)| > |im(R)|$

(ג) אם קיים יחס על $R \subseteq A \times B$ אז $|dom(R)| = |im(R)|$