תרגיל 10 ־לינארית למורים

25 בינואר 2017

שאלה 1

$S=\left\{ \begin{pmatrix} -2\\ 0\\ 1 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1\\ 0\\ 2 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0\\ \pi\\ 0 \end{pmatrix}\right\}$, הראה ש־$S$ היא קבוצה אורתוגונאלת, הסק מכך שהיא מהווה בסיס למרחב $\mathbb{R}^3$.

שאלה 2

אם $v\in S^{\perp}$ אזי $v\in span\left(S\right)^{\perp}$(כלומר מספיק להיות מאונך לקבוצה פורשת)

שאלה 3

יהיו $u=\begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 0 \end{pmatrix}$, $v=\begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 2 \end{pmatrix}$, $S=\{u,v\}$.
מצאו בסיס ל־$S^{\perp}$.

שאלה 4

תהי $v=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, $u=(1,2,3,4,5)$, $w=(1,2,3,3,2)$. תמצא את כל הוקטורים שאורתוגונאלים ל־S.

שאלה 5

הוכיחו את משפט פיתגורס: יהיו שני וקטורים v_1,v_2 אורתוגונאילים זה לזה אזי, $\|v_1+v_2\|^2=\|v_1\|^2+\|v_2\|^2$.

הדרכה: התבוננו בביטוי הבא:

$\|v_1+v_2\|^2=<v_1+v_2,v_1+v_2>$

שאלה 6

תזכורת:

יהיו $v_1, v_2, .., v_n$ בסיס אורתוגונאלי של מרחב W אזי עבור כל $w \in W$, אזי $w = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{<v_i,w>}{\|v_i\|^2} \cdot v_i$, כלומר כל w הוא צירוף לינארי עם קטורי הבסיס האורתונורמלי עם מקדמים $\frac{<v_i,w>}{\|v_i\|^2}$ של v_i.

חזרה לשאלה:

בהינתן 3 וקטורים $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = (2, 1, -4)$, $v_3 = (3, -2, 1)$.

שאלה 7

הראה שהוקטורים $(x - y)$, $(x + y)$ אורתוגונאילים אם ורק אם $\|y\| = \|x\|$.

שאלה 8

מצא בסיס אורתוגונאילי של $\mathbb{R}^3$ שאורתוגונאילים לוקטורים $(1, 1, 1)$ ו-$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ובנה בסיס אורתוגונאלי של $\mathbb{R}^3$ ששני הווקטורים הנ"ל הם חלק ממנו.

שאלה 9

נתונים הוקטורים

$u = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, נסמן ב-$W$ אוסף כל הווקטורים של $\mathbb{R}^5$ שניצבים לווקטורים הנתונים:

א) הראה ש-Wתת מרחב ווקטורי.

ב) מצא בסיס ומימד עבור W.