

תרגיל 2 - חסמים

שאלה 1

הוכיחו שהמספרים הבאים אינם רציונאליים:

- א. $\sqrt[3]{3}$
ב. $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ (רמז: הוכיחו תחילה כי $\sqrt{21}$ אינו רציונאלי).

שאלה 2

יהי $x \in \mathbb{R}$ מספר ממשי המקיים $x \geq 0$. נניח בנוסף שמתקיים $x < \varepsilon$ לכל $\varepsilon > 0$. הוכיחו או הפריכו: $x = 0$.

שאלה 3

תהי $A \subseteq \mathbb{R}$ כך שקיים $\varepsilon > 0$ עבורו מתקיים $a > \varepsilon$ לכל $a \in A$. הוכיחו שאפס איננו החסם התחתון של A .

שאלה 4

נתון ש- $S \subseteq T$. מה הקשר בין $\inf S$ לבין $\inf T$?

שאלה 5

מצאו חסם עליון, חסם תחתון, מינימום ומקסימום (כאשר הם קיימים) של הקבוצות הבאות:

א. $A = \left\{ 1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$
ב. $B = \left\{ (-1)^{n-1} \left(2 + \frac{3}{n} \right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

שאלה 6

יהיו A, B שתי קבוצות חסומות מלרע. נגדיר: $A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$ ו-
 $A \cdot B = \{a \cdot b : a \in A, b \in B\}$. הוכיחו או הפריכו:

א. $\inf(A + B) = \inf(A) + \inf(B)$

ב. $\inf(A \cdot B) = \inf(A) \cdot \inf(B)$

בהצלחה!