

מבחן מתמטיקה בדידה תשס"ו מועד א' 88-195 פרופ' מרגוליס, פייגלשטוק  
 זמן הבחינה : שעתיים וחצי.  
 ענה על כל השאלות. ערך כל שאלה 10 נקודות.

1. יהיו  $A, B$  קבוצות סופיות. האם  $|P(A \times B)| = |P(A)|^{|B|}$ ? אם התשובה היא כן, הוכח את השוויון. אם התשובה היא לא, מצא דוגמא נגדית.

2. יהיו  $g_1, g_2: A \rightarrow B$  פונקציות, ותהי  $f: B \rightarrow C$  פונקציה חח"ע. הוכח כי אם  $f \circ g_1 = f \circ g_2$  אזי  $g_1 = g_2$ .

3. (א) מספר מחלקות השקילות ב-  $\mathbb{Z}$  עם יחס השקילות  $a \equiv b \pmod{3}$  הוא \_\_\_\_\_ .  
 (ב) יהיו מספרים שלמים  $a_1, a_2, a_3, a_4$ . הוכח כי קיימים  $i \neq j$  כך ש-3 מחלק את  $a_i - a_j$  בלי שארית.

4. מצא מספר המילים של שלוש אותיות שניתן לכתוב עם האותיות  $\{A, B, B, C, C\}$ .

5. מצא מספר הדרכים לחלק 5 תפוחי עץ, 6 תפוזים ו-4 אגסים בין 3 ילדים. יתכן שילד אחד יקבל את כל הפירות.

6. (א) נסח את עיקרון ההכלה וההדחה עבור שלוש קבוצות סופיות  $A, B, C$ .  
 (ב) חמישה זוגות נשואים רוצים לשחק שחמט בבת אחת כך שהיריבים בכל משחק הם איש ואישה שאינם נשואים זה לזה. מצא את מספר הדרכים לסדר את המשחקים.

7. פתור את משוואת ההפרשים (משוואת הנסיגה)  $f(n+2) = 6f(n+1) - 9f(n) + 4$   
 אם תנאי ההתחלה:  $f(0) = 2, f(1) = 1$ .

8. יהי  $G$  הגרף הדו-צדדי השלם  $K_{m,n}$ . הוכח כי  $G$  הוא המילטוני אם ורק אם  $m = n \geq 2$ .

9. יהי  $G = (V, E)$  גרף כך ש-  $|V| \geq 3$ , ו-  $|E| - 2 \geq |V|$ . אזי  $G$  איננו קשיר. אמת / שקר. אם תשובתך היא "אמת" הוכח את המשפט. אם תשובתך היא "שקר" מצא דוגמא נגדית.

10. יהי  $G = (V, E)$  גרף כך ש-  $|E| \leq 8$ , אזי  $G$  הוא מישורי. אמת / שקר. אם תשובתך היא "אמת" הוכח את המשפט. אם תשובתך היא "שקר" מצא דוגמא נגדית.

**בהצלחה!**