השלמה לתרגול 8 06.12 9:00

6 בדצמבר 2015

השלמת ההוכחה אם $f \subseteq A \times B, g \subseteq B \times C$ פונקציות אזי $g \circ f \subseteq A \times C$ פונקציה.
בתירגול הוכחנו ש־$g \circ f$ יחס שלם, נשאר להוכח שהוא חד ערכי.
ההוכחה של חד ערכיות שהוכחנו בכיתה לא הוכיחה את מה שרצינו וגם לא נכונה, לכן תמחקו אותה ואל תלמדו ממנה כלום!!!
אני מוכיח פה מהתחלה עם הסבר.
צ"ל שאם

$$\begin{array}{ccc} (a,c_1) \in g \circ f & \wedge & (a,c_1) \in g \circ f \\ & \downarrow & \\ b_1 & = & b_2 \end{array}$$

הוכחה נניח שמתקיים

$$(a,c_1) \quad \in \quad g \circ f \wedge (a,c_2) \in g \circ f$$

ז"א קיים $b_1, b_2 \in B$ כך ש־ $(a,b_1),(a,b_2) \in f$ ו־ g $(b_1,c_1),(b_2,c_2) \in g$ (לפי הגדרת של כפל יחסים. הרכבה של $g \circ f$ fg ככפל יחסים, מפעילים קודם את f ואח"כ את g).
כעט לפי הנתון f היא פונקציה ולכן חד ערכית ולכן מזה ש־ f $\in$ $(a,b_1),(a,b_2)$ בהכרח נובע $b_1 = b_2$ (לפי הגדרת חד ערכיות).
כעט לפי הנתון g פונקציה ולכן חד ערכית ולכן מזה ש־ g $\in$ $(b_1,c_1),(b_2,c_2)$ ו־ $b_1 = b_2$ נקבל בהכרח ש־ $c_1 = c_2$ (שוב לפי הגדרת חד ערכיות). וזה מה שרצינו להוכיח.
נחזור על זה בתחילת התרגול הבא.