

מבוא עקרונות וטכניקות - הרצאה 4

מאורעות בלתי תלויים

הצורה A, B מאורע בלתי תלויים זה בזה אם P

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

הצורה: אם $P(B) > 0$ אז

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

שם $P(B)$ מתאזל

בהינתן אירוע A מאורע B בלתי תלויים A מאורע B כלומר $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

קבוצת אירועים A_1, A_2, \dots, A_n בלתי תלויים זה בזה אם $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n)$

הצורה: A_1, \dots, A_n בלתי תלויים זה בזה אם $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n)$

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$$

$$P(A_3 \cap A_6 \cap A_8) = P(A_3)P(A_6)P(A_8)$$

$$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = \prod_{i=1}^n P(A_i)$$

$$P(A_1^{\alpha_1} \cap \dots \cap A_n^{\alpha_n}) = P(A_1^{\alpha_1}) \cdot \dots \cdot P(A_n^{\alpha_n})$$

כאן $\alpha_i \in \{0, 1\}$

נספד

אירועים A_1, \dots, A_n

נפרד

הסתברות

$$P(A_i \cap A_j) = P(A_i) \cdot P(A_j)$$

$\forall i \neq j$

(אירועים נפרדים) (אירועים נפרדים)

$$\Omega = \{u, v, x, y\}$$

אירועים

הסתברות

$$P(\{u\}) = \dots = P(\{y\}) = \frac{1}{4}$$

אירועים

אירועים נפרדים

$$A = \{u, v\}$$

$$B = \{u, x\}$$

$$C = \{v, x\}$$

$$P(A \cap B) = P(\{u\}) = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = \frac{1}{4} \\ P(A) = \frac{1}{2} \\ P(B) = \frac{1}{2} \end{array} \right\} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$B \cap C$

אירועים

$A \cap C$

אירועים

$$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$$

$$P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(\emptyset) = 0$$

~~X~~

$$P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{8}$$

אירועים

אירועים

אירועים A, B, C

אירועים נפרדים

אירועים

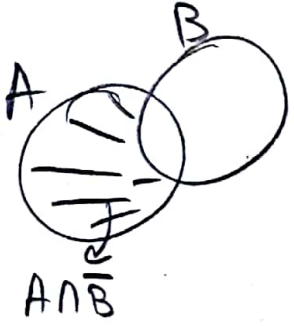
2

אפשרות (תכונה) התנאים הבאה סקולרית:

- 1. A ! B
- 2. A ! B
- 3. A ! B
- 4. A ! B

הוכחה נכונה \Leftrightarrow 2

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$



$$= P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1 - P(B)) = P(A) \cdot P(\bar{B})$$

תוצאה: 3 כפולות 0.7, 0.9, 0.4
 הטני 0.7, 0.9, 0.4
 אלו 2, 2, 2
 אם 2, 2, 2

ק.
 $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.9 = 0.252$

בתור: A, B, C
 הטני B
 הטני C

2.
 $P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(\bar{A} \cap B \cap C) =$

= " = 0.514

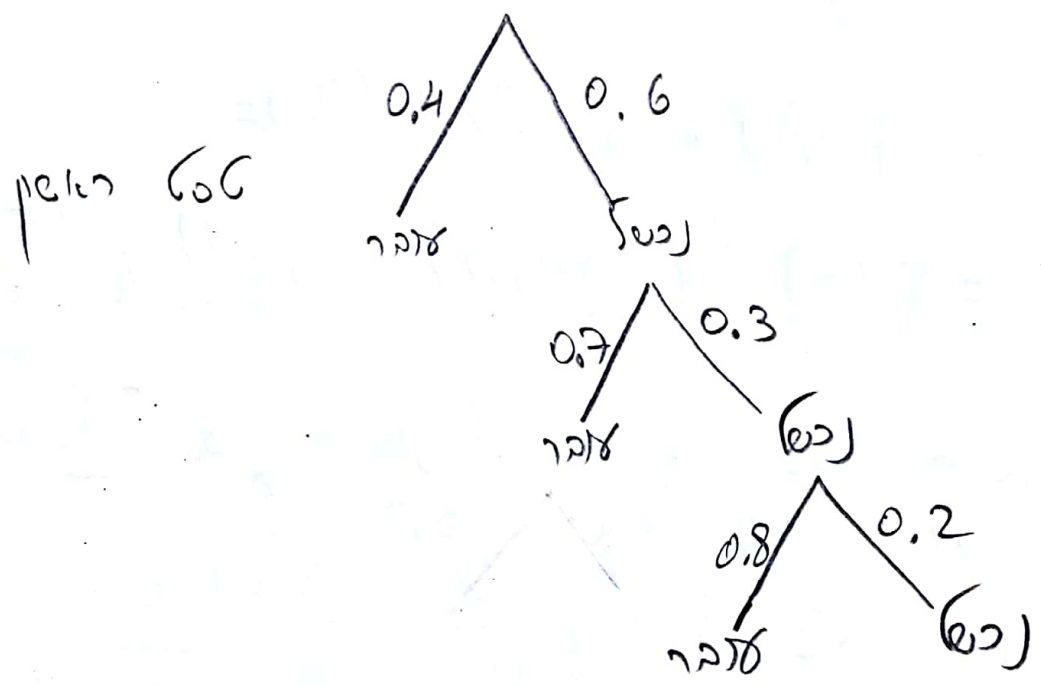
3.
 $1 - \frac{0.766}{2} = 1 - 0.383 = 0.234$

ביאורים על

שימוש בביאורים על פירוט התוצאות האם כמות
 התוצאות קרה עבור 2 או 3 שלבים.
 קוצמא; ההסתברות למענה שלב ראשון היא 0.4
 אם נבטלים וננסים שוב אחרים בהם 0.7.
 אם שוב נבטלים וננסים אחרים בהם 0.8.

א. מהי ההסתברות למענה בטל 2 ?
 ב. מהי ההסתברות למענה בטל ?

פתרון



$$P(\text{טל} \cap \text{נבטל}) = 0.6 \cdot 0.7 = \boxed{0.42} \quad \text{א.}$$

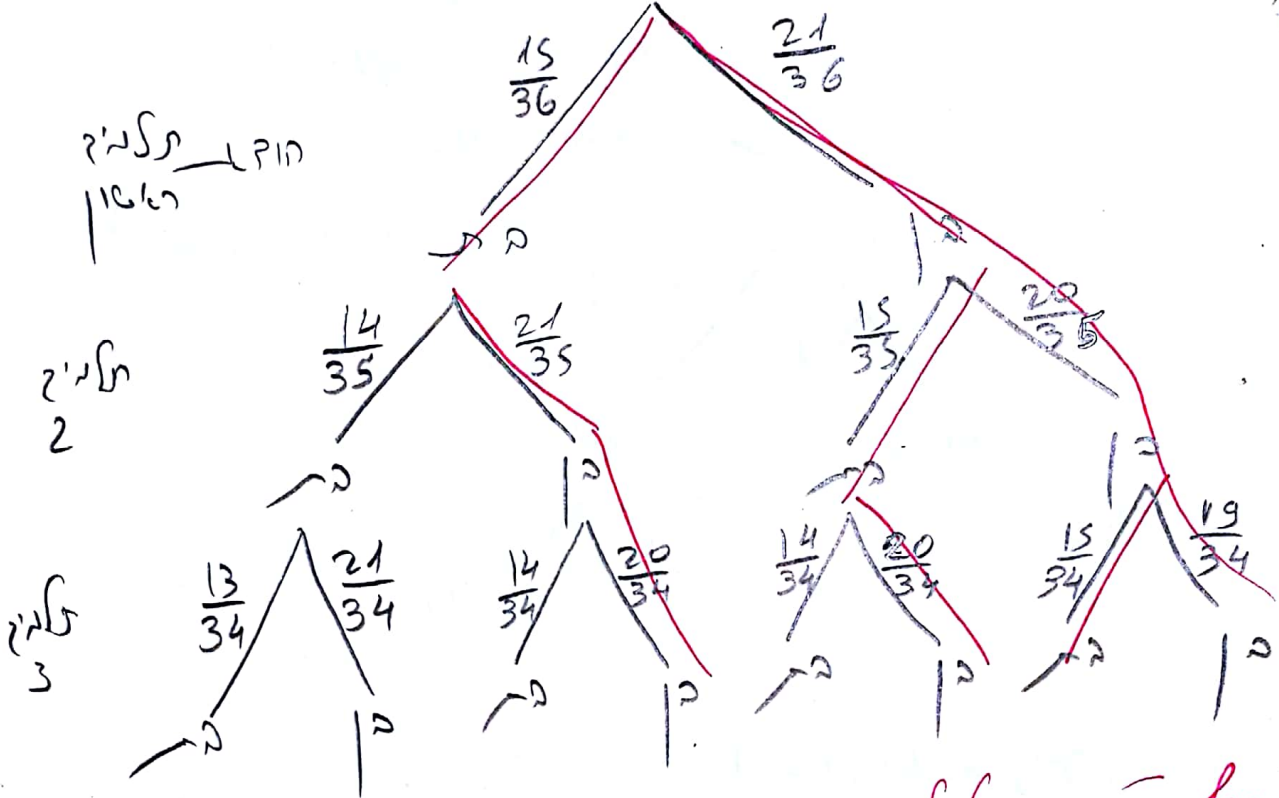
$$P(\text{טל}) + P(\text{טל} \cap \text{נבטל}) + P(\text{טל} \cap \text{נבטל} \cap \text{טל}) = 0.4 + 0.6 \cdot 0.7 + 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.8 = \boxed{0.964} \quad \text{ב.}$$

תכנית:

(3)

בנייה 21 בניין 1-15 בנין
 מוס'אין 3 מחנה 88א התורה. אחי'הם:
 א. לפחות שניים מתלמידים הם בניין?
 ב. שמואל לפחות בן אחד והזקנה לפחות בת אחת?

סדרון



סדרון - מוס'אין

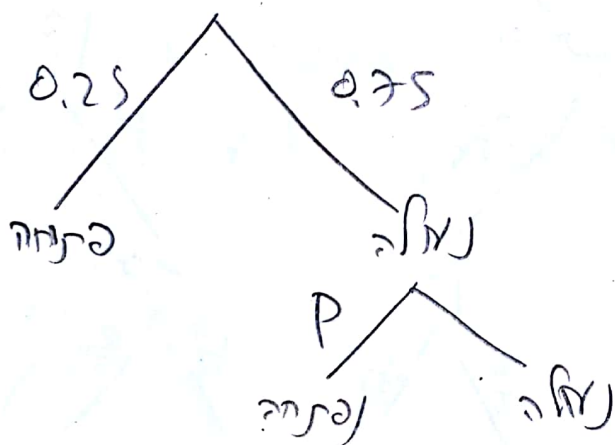
$$P(\text{בן בן בן}) + P(\text{בן בן ג}) + P(\text{בן ג בן}) + P(\text{ג בן בן}) = \frac{19}{102} + \frac{5}{34} + \frac{5}{34} + \frac{5}{34} = \boxed{\frac{32}{51}}$$

לפחות בן אחד ופחות בן אחד
 המש'אין יהיה 3 בניין או 3 בנין

$$1 - P(\text{בן בן בן}) - P(\text{ג ג ג}) = 1 - \frac{21}{36} \cdot \frac{20}{35} \cdot \frac{19}{34} - \frac{15}{36} \cdot \frac{14}{35} \cdot \frac{13}{34} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

פירוק - של (P)

תנאים: אדם יכול להיבחר או לא להיבחר. אם הוא נבחר, יש לו 50% סיכוי להיבחר. אם הוא לא נבחר, יש לו 50% סיכוי להיבחר. הסיכוי הכללי להיבחר הוא 0.4. מה הסיכוי P ?



$$0.25 + 0.75 \cdot P = 0.4$$

$$0.75P = 0.15$$

$$P = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

הסיכוי הוא 0.2