

תרגיל 3 – אנליזה פונקציונלית

תרגיל 1

- א. הוכיחו שאם f מדידה אז גם $|f|$ מדידה.
ב. תנו דוגמא לפונקציה f שאינה מדידה למרות ש- $|f|$ מדידה.

תרגיל 2

תהי פונקציה f אי-שלילית אינטגרבילית. נגדיר $F(x) = \int_{-\infty}^x f d\mu$. הראו כי F רציפה בעזרת משפט ההתכנסות המונוטונית.

תרגיל 3

יהי (X, S, μ) ממי"ח. הוכיחו שלכל E_1, E_2 קיים
 $\mu(E_1) + \mu(E_2) = \mu(E_1 \cup E_2) + \mu(E_1 \cap E_2)$.

תרגיל 4

חשבו את $\int_{[-1,1]} f d\mu$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-1,0) \cap Q \\ 1, & x \in [-1,0) \setminus Q \\ 2, & x \in [0,1] \cap Q \\ 3, & x \in [0,1] \setminus Q \end{cases}$$