

## תרגיל בית 1 במתמטיקה בדידה 2 83-118 סמסטר ב' תשע"ה

שאלות המסומנות עם (-) הן יותר קלות, ושאלות המסומנות עם (+) הן יותר קשות.

**תזכורת** סימון מקוצר לסכום הוא

$$\sum_{i=0}^n a_i = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

**שאלה 1.** (-) הוכח את התכונה הבאה של סכומים סופיים:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m a_{ij} = \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^n a_{ij}$$

**שאלה 2.** (-) הוכח בעזרת אינדוקציה כי לכל  $n \in \mathbb{N}$ , המספר  $n(n+3)$  הוא מספר זוגי.

**שאלה 3.** הוכח בעזרת אינדוקציה כי לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

**שאלה 4.** תהי המטריצה  $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ . הוכח בעזרת אינדוקציה כי לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים

$$M^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 1 - 2^n & 1 \end{pmatrix}$$

**שאלה 5.** תהא סדרה המוגדרת לפי

$$a_n = \frac{1}{(5n-4)(5n+1)}$$

הוכח באינדוקציה כי מתקיים

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n < \frac{2n}{5n+1}$$

**שאלה 6** (אי-שיויון ברנולי). יהי  $x > 0$  מספר ממשי. הוכח כי לכל מספר טבעי  $n \geq 2$  מתקיים  $(1+x)^n > 1+nx$ .

**שאלה 7.** (+) נגדיר סדרה באופן רקורסיבי לפי  $a_0 = \sqrt{3}$ ,  $a_n = \sqrt{3 + a_{n-1}}$  עבור  $n \in \mathbb{N}$ .

1. הוכח באינדוקציה כי הסדרה  $a_n$  מונוטונית עולה.

2. הוכח באינדוקציה כי הסדרה  $a_n$  חסומה מלמעלה:  $a_n < \sqrt{3} + 1$  לכל  $n$ .

**העשרה** קרא את ערכי ויקיפדיה על אוקלידס ועל קרל פרידריך גאוס.

בהצלחה!