על פונקציות הפיכות....

<u>משפט</u> יהיו A, B קבוצות.

קיימת $f: A \to B$ הפיכה אם"ם $|\mathrm{A}| = |\mathrm{B}|$

כזכור, בקומבינטוריקה אנחנו סופרים איברים בקבוצות. הרבה פעמים לקחנו בעיית ספירה ואמרנו שהיא **שקולה** לבעיית ספירה אחרת (שאותה יותר קל לספור).

מה שהתכוונו זה שבעצם היו לנו 2 קבוצות שונות אם אותו מספר איברים.

שקילות כזו אפשר להוכיח בעזרת מציאת פונקציה הפיכה (כלומר ח"ע ועל)

<u>למשל</u>: (וזה משהו שהשתמשנו בו בעבר..)

תהי קבוצה $A = \{1,2,3, .., n\}$

הוכח שמס' תתי הקבוצות שלא מכילות את 1 שווה למס' הקבוצות שכן מכילות את 1.

כלומר אם נסמן: $C = \{X \subseteq A | 1 \notin X\}$ $\mathrm{B} = \{X \subseteq A | 1 \in X\}$

אז בעצם מה שצריך להוכיח זה ש $|\mathrm{B}| = |\mathrm{C}|$

<u>הוכחה</u>:

נבנה פונקציה $f: B \to C$ המוגדרת לפי $f(X) = X \backslash \{1\}$

- הפונקציה מוגדרת כי: $1 \notin X \backslash \{1\} \Leftarrow X \backslash \{1\} \in C$
- הפונקציה היא על כי: נקח $\mathrm{X} \in \mathrm{C}$ אז $X \cup \{1\} \in B$ ומתקיים $f(X \cup \{1\}) = (X \cup \{1\}) \backslash \{1\} = X$ (שימו לב שהשיוויון האחרון נכון כי $1 \notin \mathrm{X}$)
- הפונקציה היא חח"ע כי: נקח $X_1, X_2 \in B$ ונניח $f(X_1) = f(X_2)$ כלומר $X_1 \cup \{1\} = X_2 \cup \{1\}$ (רוצים להוכיח $X_1 = X_2$)

נחסר {1} מ2 הצדדים: $(X_1 \cup \{1\}) \backslash \{1\} = (X_2 \cup \{1\}) \backslash \{1\}$

מכיוון $1 \notin X_1, X_2$ אזי $X_1 = X_1 \cup \{1\} = X_2 \cup \{1\} = X_2$