

הקדמת המחבר

ספר זה יבין אולי רק מי שכבר חשב פעם את המחשבות המבוטאות בו, או מחשבות דומות. אם כן, אין זה ספר לימוד. הוא ישיג את מטרותו אם יזמן, למי שיקרא אותו בהבנה, הנאה.

הספר דן בבעיות הפילוסופיה ומראה, כמדומני, שהצגת הבעיות הללו יסודה באי הבנת הלוגיקה של שפתנו. ניתן להביע את כל מובנו של הספר במלים אלה: מה שבכלל ניתן לומר, ניתן לומר בבידור, ומה שאי אפשר לדבר עליו, עליו יש לשתוק.

הספר יתווה, אם כן, גבולות למחשבה, או, בעצם, לא למחשבה אלא לביטוייה של המחשבה: כי כדי להתוות גבול למחשבה היה עלינו להיות מסוגלים לחשוב את שני צדדיו של הגבול (כלומר, היה עלינו להיות מסוגלים לחשוב את מה שאינו ניתן את עצמו לחשיבה).

ניתן אפוא להתוות את הגבול רק בשפה, ומה שנמצא מצידו האחר של הגבול יהיה פשוט חסר מובן.

לא אשפוט עד כמה תואמים מאמצי את אלה של פילוסופים אחרים. אכן, מה שכתבתי כאן אינו תובע לעצמו מקוריות בפרטים, על כן אינו מאזכר שום מקורות. לא איכפת לי אם כבר חשב מישהו אחר את מה שחשבתי אני.

רק זאת אזכיר, שחייב אני לכתביו הנפלאים של פרגה, ולעבודתו של ידידי מור ברטרנד ראסל, חלק נכבד מן המירוי למחשבותי.

אם יש לעבודה זו ערך כלשהו, נעוץ הוא בשניים אלה: ראשית, בכך שמתבטאות בו מחשבות; ערך זה גדול יותר ככל שהמחשבות מבוטאות טוב יותר, ככל שהמכה קוללת יותר בראשו של המסמר. ידוע לי שכאן אני מפגר מאוד לגבי מה שאפשר לעשות. לו יבואו אחרים ויעשו זאת טוב ממני.

סימן הספר:
149.94
111
מקום
258842
מקום
פילוסופיה



"...וכל שנדע, ואינו נשמע רק כשאזן והמולה,
ניתן להיאמר בשלוש מלים." (קרנברג)

מאמר לוגי-פילוסופי

לעומת זאת נראה לי שהאמת של המחשבות המוצעות כאן היא מוחלטת ואי אפשר לערערה. לדעתי, מבחינה מהותית, פתרתי סופית את הבעיות. ואם אין אני טועה בכך, אז ערכה של עבודה זו הוא, שנית, בהראותה כמה מעט נעשה על ידי כך, שבצעות אלה נפתרו.

ל. ג. וינה, 1918

1 העולם הוא כל מה שקורה.

1.1 העולם הוא מכלול העובדות, לא מכלול הדברים.

1.1.1 העולם נמבע על ידי העובדות, ועל ידי כך, שאלו הן כל העובדות.

1.1.2 שכן מכלול העובדות קובע מה קורה, וגם כל מה שלא קורה.

1.1.3 העובדות במרחב לוגי הן העולם.

1.2 העולם מתחלק לעובדות.

1.2.1 כל אחת יכולה לקרות או שלא לקרות וכל השאר יישאר כמורשהיה.

2 מה שקורה, העובדה, היא קיום מצב־דברים.

2.01 מצב־דברים הוא קישור של אוֹבֵייקטים (דברים).

2.011 מהותי לדבר, שהוא יכול להיות מרכיב של מצב־דברים.

2.012 בלוגיקה אין מקריות: אם דבר יכול להופיע במצב־דברים, האפשרות

הזאת חייבת להיות טבועה בדבר מראש.

7

הערה: המספר העשירוני של משפט בודד במאמרי מורה על משקלו הלוגי, על מידת הדגש שניתן לו בהצגת הדברים שלי. המשפטים 3, n.2, n.1, וכו' הם הערות למשפט מס' ת; המשפטים 2, n.1, וכו' הם הערות למשפט מס' ת.ח; וכן הלאה.

6

כתם בשדה הראייה אינו חייב להיות דווקא אדום, אולם עליו להיות בעל צבע: הוא כאלו מוקף במרחב-הצבע. לצליל חייב להיות גובה מסוים לאובייקט המלישוש קשיות מסוימת, וכו'.

2.014 האובייקטים מכילים את האפשרות של כל מצב-העניינים.

2.0141 צורת האובייקט היא אפשרות הפעלתו במצב-דבריים.

2.02 האובייקט הוא פשוט.

2.0201 כל טענה על מורכבים נחנת לפירוק לטענה על מרכיביהם, ולמשפטים המתארים בשלמות את המורכבים.

2.021 האובייקטים מהווים את עצם העולם. לכן אין הם יכולים להיות מורכבים.

2.0211 אילו לא היה לעולם עצם, כי אז היתה למשפט משמעות רק אם משפט אחר היה אמיתי.

2.0212 היה זה אז בלתי אפשרי להתוות תמונה (אמיתית או שקרית) של העולם.

2.022 שגם לעולם המתואר כשונה מאוד מן העולם הממשי חייב להיות משתו – צורה – המשתפת לו ולעולם הממשי.

2.023 צורה קבועה זו אינה אלא האובייקטים.

2.0231 עצם העולם יכול לקבוע רק צורה ולא שום תכונות חומריות, שכן הללו מוצגות לדאשונה על ידי משפטים – הן נבנות לדאשונה על ידי תבנית האובייקטים.

2.0232 אנב: לאובייקטים אין צבע.

2.0121 אכן זה יראה מקרי אם דבר היכול להתקיים באופן עצמאי יתאים, בדיעבד, למצב-עניינים.

אם דברים יכולים להשתבץ במצב-דבריים, זה חייב להיות נתון בהם מראש.

(משתו לוגי אינו יכול להיות רק-אפשרי. הלוגיקה עוסקת בכל האפשרויות וכל האפשרויות הן עובדותיה).

כפי שאיננו יכולים לחשוב אובייקטים חללים מחוץ לחלל ואובייקטים זמניים מחוץ לזמן, כך איננו יכולים לחשוב שום אובייקט ללא האפשרות של קיוורו לאחרים.

אם אני יכול לחשוב לעצמי אובייקט בתוך קישור של מצב-דבריים, אינני יכול לחשוב אותו בלי האפשרות של קישור זה.

2.0122 הדבר הוא עצמאי, ככל שהוא יכול להפייע בכל מצב-העניינים האפשריים. אולם צורה זו של עצמאות היא צורה של תלות הדדית במצב-הדבריים, צורה של אי-עצמאות. (אי אפשר שמלה תופיע בשני אופנים שונים, לבדה ובתוך משפט).

2.0123 אם אני יודע אובייקט, אני יודע גם את מכלול האפשרויות של הפעלתו במצב-דבריים.

(כל אפשרות כזאת צריך שתהיה מונחת בטבע האובייקט). לא ייתכן שאפשרות חדשה תתגלה מאוחר יותר.

2.01231 כדי לדעת אובייקט, עלי לדעת, לא את תכונותיו החיצוניות, אלא את כל תכונותיו הפנימיות.

2.0124 אם נתונים כל האובייקטים, נתונים בד-בבד גם כל מצב-הדבריים האפשריים.

2.013 כל דבר הינו בתוך מעין מרחב של מצב-דבריים אפשריים. אני יכול לחשוב לעצמי מרחב זה כריק, אך לא את הדבר בלי המרחב.

2.0131 אובייקט חללי חייב להימצא בחלל אינסופי. (נקודה בחלל היא מקום-האורגומנט).

2.034 מבנה העובדה מורכב ממבניהם של מצב-הדברים.
2.04 מכלול מצב-הדברים הקיימים הוא העולם.

2.05 מכלול מצב-הדברים הקיימים קובע גם אילו מצב-דברים אינם קיימים.

2.06 קיומם ואי-קיומם של מצב-דברים היא המציאות.
(לקיומם של מצב-דברים אנו קוראים גם עובדה חיובית, ולא-קיומם, עובדה שלילית.)

2.061 מצב-הדברים אינם תלויים זה בזה.

2.062 מקיומו או אי-קיומו של מצב-דברים אחד אי אפשר להסיק על קיומו או אי-קיומו של מצב-דברים אחר.

2.063 סדר הכל של המציאות הוא העולם.

2.1 אנו עושים לנו תמונות של עובדות.

2.11 תמונה מציגה מצב-עניינים במרחב לוגי: את קיומם ואי-קיומם של מצב-דברים.

2.12 תמונה היא מודל של המציאות.

2.13 מה שמקבל, בתמונה, לאובייקטים הם יסודות התמונה.

2.131 יסודות התמונה מייצגים, בתמונה, את האובייקטים.

2.14 מה שעושה את התמונה לכזאת הוא, שיסודותיה ניצבים ביחס מסוים זה לזה.

2.141 תמונה היא עובדה.

2.0233 שני אובייקטים בעלי אותה צורה לוגית שונים זה מזה – פרט לתכונותיהם החיצוניות – רק בכך שהם שונים.

2.02331 או שיש לדבר תכונות שאין לשום דבר אחר ואז ניתן להבחין בינו לבין האחרים בקל, על ידי תיאור, ולהורות עליו; או שיש דברים רבים השותפים בכל מכלול תכונותיהם, ואז אין כל אפשרות להורות על אחד מהם.

שכן אם דבר איננו מובחן במאומה, אינני יכול להבחין אותו, אחרת הוא היה מובחן בכל זאת.

2.024 העצם הוא מה שקיים ללא תלות במה שקורה.

2.025 הוא צורה ותוכן.

2.0251 חלל, זמן, וצבע (צבעוניות) הם צורות של אובייקטים.

2.026 רק אם יש אובייקטים יכולה להיות לעולם צורה קבועה.

2.027 הקבוע, הקיים והאובייקט חד הם.

2.0271 האובייקט הוא הקבוע, הקיים; התבנית היא המשתנה, הלא-יציב.

2.0272 תבנית של אובייקטים יוצרת מצב-דברים.

2.03 במצב-דברים האובייקטים תלויים זה בזה כטבעות בשרשרת.

2.031 במצב-דברים האובייקטים ניצבים זה ביחס זה באופן מסוים.

2.032 האופן המסוים שבו תלויים האובייקטים זה בזה במצב-דברים הוא מבנהו של מצב-הדברים.

2.033 צורה היא אפשרותו של מבנה.

תמונה חללית את כל מה שהוא חללי, תמונה צבעונית את כל מה שהוא צבעוני, וכ'.

2.172 אבל את צורת התימון שלה אין התמונה יכולה לתמן. היא מראה אותה.

2.173 התמונה מציגה את המושא שלה מבוזיץ (נקודת התצפית שלה היא צורת ההצגה שלה) ולכן היא מציגה את המושא הזה נכון או בשיגאה.

2.174 אך התמונה אינה יכולה להציב את עצמה מחוץ לצורת ההצגה שלה.

2.18 מה שלכל תמונה (תהא צורתה אשר תהא) צריך להיות במשותף עם המציאות, כדי שהיא תוכל לכלל לתמן אותה, נכון או בשיגאה, זו הצורה הלוגית, כלומר, צורת המציאות.

2.181 כשצורת התימון היא הצורה הלוגית, התמונה נקראת תמונה לוגית.

2.182 כל תמונה היא גם תמונה לוגית. (לעומת זאת, למשל, לא כל תמונה היא תמונה חללית.)

2.19 תמונה לוגית יכולה לתמן את העולם.

2.2 הצורה הלוגית של התימון משותפת לתמונה ולמתמן.

2.201 התמונה מתמנת את המציאות על ידי כך שהיא מציגה אפשרויות קיום ואי־קיום של מצב־דברים.

2.202 התמונה מציגה מצב־עניינים במרחב לוגי.

2.203 התמונה מכילה את האפשרות של מצב־העניינים שהיא מציגה.

13

2.15 שיסודות התמונה ניצבים ביחס מסוים זה לזה, מציג, שהדברים ניצבים זה לזה באותו יחס.

לתלת־הדדית זו של יסודות התמונה נקרא המבנה שלה, ולאפשרותה, צורת התימון שלה.

2.151 צורת התימון היא האפשרות, שהדברים ניצבים זה ביחס לזה כמו יסודות התמונה.

2.1511 כל קשורה התמונה למציאות: היא מניעה ממש אליה.

2.1512 היא כמו סדגל המונה על המציאות.

2.15121 רק הנקודות החינוניות של קווקוי־המידה נוגעים באובייקט הממד.

2.1513 לפיכך שייך לתמונה גם היחס המתמן, זה העושה אותה לתמונה.

2.1514 היחס המתמן הוא ההתאמות בין יסודות התמונה ובין דברים.

2.1515 התאמות אלה הן המחושבים של יסודות התמונה, שבעזרתם נוגעת התמונה במציאות.

2.16 כדי שעובדה תהיה תמונה צריך שיהיה לה משהו משותף עם המתמן.

2.161 בתמונה ובמתמן צריך להיות משהו זהה, משהו שרק בעזרתו תוכל זו להיות תמונתו של זה.

2.17 מה שצריך להיות משותף לתמונה ולמציאות, כדי שהתמונה תוכל לתמן אותה (נכון או לא נכון) על פי דרכה שלה, הוא צורת התימון שלה.

2.171 התמונה יכולה לתמן כל מציאות, שצורתה היא צורת התימון שלה.

12

הלוגיקה. כלומר, לא היינו יכולים להגיד איך ייראה עולם "בלתי-לוגי".

3.032 אי אפשר להציג בפשה משהו "הסותר את הלוגיקה" כשם שאי אפשר להציג בקואורדינטות של הגיאומטריה דמות הסותרת את חוקי החלל, או לתת את הקואורדינטות של נקודה בלתי-קיימת.

3.0321 אמנם אנו יכולים להציג באופן חללי מצב-דברים הסותר את חוקי הפיסיקה, אך לא כזה הסותר את חוקי הגיאומטריה.

3.04 מחשבה נכונה א פריורי תהיה מחשבה שאפשרותה מבטיחה את אמיתותה.

3.05 רק כך היינו יכולים לדעת א פריורי שמחשבה היא אמיתית: אילו יכולנו לדעת את אמיתותה של המחשבה מתוך המחשבה עצמה (ללא מושא להשוואה).

3.1 במשפט, המחשבה מתבטאת באופן הנתפס בחושים.

3.11 אנו משתמשים בסימן הנתפס בחושים (סימן קולי, סימן כחוב, וכו') של המשפט כהיטל של מצב-עניינים אפשרי. שיטת ההיטל היא חשיבת מובנו של המשפט.

3.12 אקרא לסימן, שבאמצעותו אנו מבטאים מחשבה, פסוק. ומשפט הוא פסוק העומד ביחס של היטל אל העולם.

3.13 כל מה ששייך להיטל שייך למשפט, להציג את המוטל. זה כולל את אפשרותו של המוטל, אך לא את המוטל עצמו. על כן המשפט אינו כולל את מובנו, אם כי הוא כולל את האפשרות לבטאו.

("תוכן המשפט" פירושו, תוכנו של משפט בעל מובן.) המשפט כולל את הצורה של מובנו, אך לא את תוכנו.

2.21 התמונה מסכימה או שאיננה מסכימה עם המציאות; היא נכונה או לא נכונה, אמיתית או שקרית.

2.22 התמונה מציגה את אשר היא מציגה (אין זה תלוי באמיתותה או בשקריותה) על ידי צורת התימון שלה.

2.221 מה שהתמונה מציגה, הוא המובן שלה.

2.222 בהסכמה, או באי-ההסכמה, של מובנה עם המציאות מצריים אמיתותה או שקריותה של התמונה.

2.223 כדי לדעת אם התמונה היא אמיתית או שקרית עלינו להשוותה עם המציאות.

2.224 מן התמונה לבדה אין לדעת אם היא אמיתית או שקרית.

2.225 אין תמונה אמיתית א פריורי.

3 מחשבה היא תמונה לוגית של עובדות.

3.001 "אפשר לחשוב מצב-דברים" פירושו: אנו יכולים לעשות לנו תמונה שלו.

3.01 מכלל המחשבות האמיתיות הוא תמונה של העולם.

3.02 המחשבה מכילה את האפשרות של מצב-העניינים אותו היא חושבת. מה שניתן לחשוב אותו הוא אפשרי.

3.03 איננו יכולים לחשוב משהו בלתי-לוגי, כי לשם כך היה עלינו לחשוב באופן בלתי-לוגי.

3.031 פעם אמרו שאלוהים יכול לברוא הכל, חוץ ממה שמונח לחוקי

3.202 לסימנים הפשוטים המשמשים במשפט נקרא "שמות".

3.203 משמעותו של שם היא אובייקט. האובייקט הוא משמעותו. ("A" ו"א" הם אותו סימן עצמו).

3.21 תבנית האובייקטים במצב-עניינים מקבילה לתבנית הסימנים הפשוטים בפסוק.

3.22 במשפט, שם מייצג אובייקט.

3.221 אובייקט אני יכול רק לכוות בשם. סימנים מייצגים אותנו. אני יכול רק לדבר עליו, להגיד אותו איני יכול. משפט יכול רק לומר אין הוא הדבר, לא מה הוא.

3.23 הדרשה לאפשרותם של סימנים פשוטים היא הדרשה למסוימותו של המובן.

3.24 משפט הון במורכב עומד ביחס פנימי למשפט הון בחלקים שמהם הוא מורכב.

אפשר לתת את המורכב רק דרך תיאורו, היכול להיות הולם או בלתי-הולם. משפט המדבר על מורכב שאינו קיים יהא לא חסר מובן, אלא, פשוט, שקרי.

כשיסוד של משפט מציין מורכב, ניתן לראות זאת על ידי אי-מסוימות במשפטים בהם הוא מופיע. אנו יודעים, שמשפט זה עדיין לא קבע הכל. (הכמות הכולל אכן מפיל תמונה ראשונית.) הגדרה מבטאת דחיסה של סמל, המסמל מורכב, לסמל פשוט.

3.25 למשפט יש ניתוח שלם אחד ורק אחד.

3.251 משפט מבטא את אשר הוא מבטא בצורה מסוימת שניתן להציגה בבחירה: המשפט מובנה.

3.14 טיבו של פסוק הוא בכך שיסודותיו, המלים, ניצבים בו ביחס מסוים זה לזה.

פסוק הוא עובדה.

3.141 משפט אינו ערב-רב של מלים (כמו שנושא מסיקאלי אינו ערב-רב של צלילים). המשפט מובנה.

3.142 רק עובדות יכולות לבטא מובן, קבוצת שמות אינה יכולה לעשות זאת.

3.143 צורת הביטוי הרגילה, בכתב או בדפוס, מטשטשת את היות הפסוק עובדה. זאת משום שבמשפט מודפס, למשל, פסוק אינו נראה שונה מהותית ממלה. (זה מה שאיפשר לפרגה לקרוא למשפט שם מורכב.)

3.1431 אפשר לראות את מהותו של הפסוק בהזרות כאשר אנו מדמים פסוק המורכב לא מסימני-כתב אלא מעצמים חלליים (כנון שולחנות, כיסאות, ספרים).

אז הסידור החללי של החפצים הללו מבטא את מובן המשפט.

3.1432 לא כד: "הסימן המורכב aRb אומר ש^a עומד ביחס R ל-b"; אלא כד: "זה ש^a עומד ביחס מסוים ל-b" אומר, ש-aRb.

3.144 מצבי-עניינים אפשר לחאר, אך לא לכוות בשם (שמות דומים לנקודות, משפטים דומים לחיצים: יש להם כיוון, כלומר, מובן).

3.2 מחשבה יכולה להתבטא במשפט כד, שהאובייקטים של המחשבה יקבילו ליסודות הפסוק.

3.201 ליסודות אלה אני קורא "סימנים פשוטים", ולמשפט "מנותח בשלמות".

ביטוי זה.
(במקרה הגבול המשתנה יהיה לקבוע, והביטוי למשפט.)
אקרא למשתנה כזה "משתנה משפטי".

3.314 לביטוי יש מובן רק במשפט. כל משתנה ניתן לשחזור כמשתנה משפטי.

(גם משתני שמות.)

3.315 אם הנפוך מרכיב של משפט למשתנה, יש קבוצת משפטים שיהיו הם עורכים של המשתנה המשפטי שקיבלנו. ככלל, תלויה קבוצה זו גם בהסכם שרירותי שלנו: איזה מובן אנו מתכוונים לתת לחלקי המשפט הזה. אך אם נהפוך את כל הסימנים, שמשמעותם נקבעה באופן שרירותי, למשתנים, עדיין תישאר קבוצה כזאת. ואולם קבוצה זו תלויה אך ורק בטבע המשפט ולא בשום הסכם. היא מקבלת לצורה לוגית – תמונה-ראשונית לוגית.

3.316 אנו קובעים אילו עורכים רשאי המשתנה המשפטי לקבל. קביעת העורכים היא המשתנה.

3.317 קביעת ערכי המשתנה המשפטי היא מתן המשפטים שהמשתנה להם הוא קורה-הזכר של המשתנה.

הקביעה היא תיאור המשפטים הללו.
תקביעה דנה איפוא רק בסמלים, ולא במשמעותיותיהם.
רק זה מהותי לקביעה: שהיא תיאור של סמלים גרידא ואינה אומרת מאומה על מה שהם מציינים.
איד מתחולל תיאור המשפט, זה לא מהותי.

3.318 משפט אני תופס, כמו פרגה וראסל, כפונקציה של הביטויים המוכללים בו.

3.32 סימן הוא מה שניתן לתפוס בחושים מן הסמל.

3.321 לשני סמלים שונים יכול אפוא להיות סימן משותף (סימן כתב

3.26 שם אי אפשר לפרק הלאה על ידי כל הגדרה שהיא: הוא סימן ראשוני.

3.261 כל סימן מוגדר מציין דרך הסימנים המגדירים אותו, וההגדרות מראות את הדרך.

שני סימנים, שאחד מהם הוא סימן ראשוני והאחר מוגדר על ידי סימנים ראשוניים, אינם יכולים לציין באותו אופן, שמות (ככל סימן שיש לו משמעות כשליצמו, לכדו) אי אפשר לפרק על ידי המדרות.

3.262 מה שלא מתבטא בסימן, מראה ישומו. מה שהסימן מבלע, היישום מצהיר.

3.263 את משמעותם של סימנים ראשוניים ניתן לכאור על ידי הבהרות. הבהרות הן משפטים המכילים סימנים ראשוניים. לכן אפשר להגיבן רק אם מכירים כבר את משמעותם של הסימנים הללו.

3.3 רק למשפט יש מובן; רק בהקשר של המשפט יש לשם משמעות.

3.31 לכל חלק של המשפט, המאפיין את מובנו, אני קורא "ביטוי" (סמל).

(המשפט עצמו הוא ביטוי.)
ביטוי הוא כל מה שמהותי למובן המשפט, ויכול להיות משותף למשפטים רבים.
ביטוי הוא סימן לצורה ולתוכן.

3.311 הביטוי מניח מראש את צורתותיהם של כל המשפטים שבהם הוא יכול להופיע. הוא קו ההיכר האופייני המשותף לקבוצה של משפטים.

3.312 לכן הוא מוצג על ידי הצורה הכללית של המשפטים שהוא מאפיין. כלומר, בצורה זו הוא הביטוי קבוע וכל השאר יהא משתנה

3.313 כך מוצג הביטוי על ידי משתנה, שעורכו הם משפטים המכילים

[52, 3, x]

$(E\phi): F(\phi u), \Omega_{0+1}x, \Omega_{0+1+1}x, \Omega_{0+1+1+1}x$

יפאסו
למשתנה
לוגית

3.328. סימן ללא שימוש הוא חסר משמעות. זהו מובן הכלל של אוקאם.
(אם הכל ניצב כך, כאילו הייתה לסימן משמעות, אז גם לו יש משמעות.)

3.331. לעולם אסור למשמעות הסימן למלא תפקיד בתחביר הלוגי. על התחביר הלוגי להיבנות כך שלא יאמר מאומה על משמעות הסימנים; עליו להניח מראש את תיאור הביטויים בלבד.

3.332. מתוך הערה זו נסקור את תורת הטיפוסים של ראסל. טעותו של ראסל מתגלה בכך, שכדי לבנות את הכללים עבור הסימנים היה עליו לדבר על משמעותם.

3.333. שום משפט אינו יכול לומר משהו על עצמו, כי פסוק אינו יכול להכיל את עצמו (זו כל תורת הטיפוסים).

3.334. פונקציה אינה יכולה להיות הארגומנט של עצמה, כי סימן הפונקציה מכיל כבר תמונה ראשונית של הארגומנט שלו, ואין הוא יכול להכיל את עצמו.

נוני שהפונקציה $F(x)$ הייתה יכולה להיות ארגומנט של עצמה. אז היה קיים משפט, " $F(F(x))$ ", אשר בו לפונקציה F החיצונית ולפונקציה F הפנימית היו חייבות להיות משמעויות שונות, כי צורת הפנימית היא $\phi(x)$ וצורת החיצונית היא $\psi(\phi(x))$. רק האות "F" משותפת לשתי הפונקציות, אך היא לבה אינה מציינת מאומה.

כל זה נעשה ברור מיד אם כותבים " $F(u)$ " במקום " $F(F(u))$ ".
בזאת מתחיל הפאראדוקס של ראסל.

3.334. כללי התחביר הלוגי חייבים להיות מובנים מאלהם אם רק יודעים איד מצייין כל סימן.

3.334. למשפט יש תכונות מהותיות ותכונות מקריות.
מקריות הן אותן תכונות הנובעות מן האופן המיוחד בו נוצר

או סימן קולי, וכי); אז הם מציינים באופנים שונים.

3.322. אם אנו משתמשים באותו סימן בשני אופני ציין שונים כדי לציין שני אויבסקטים, אין זה יכול להיות קו ההיכר המשותף שלהם. הרי הסימן הוא שרירותי. יכולנו לבחור גם שני סימנים שונים, ואז היכן היה המשותף שבציין?

3.323. בשפה המדוברת קורה לעיתים קרובות מאוד שאותה מלה מציינת בשני אופנים שונים, ועל כן היא שייכת לשני סמלים שונים. או ששתי מלים, המציינות באופנים שונים, משמשות במשפט במה שנואה מבחוק כאותו אופן.

המלה "הוא" ("is") מופיעה כאונד, כסימן הזוהר, וכביטוי לקיום; "להתקיים" מופיע כפועל עומד דוגמת "ללכת"; "זהה" מופיע כשם תואר. אנו מדברים על משהו, אבל גם על כך שמשו קרה. (במשפט "חסון הוא חסון", בו המלה הראשונה היא שם של אדם והאחרונה היא שם תואר, למלים אלה אין רק משמעויות שונות; הן **סמלים שונים**)

3.324. כך נוצרים, בקלות, הבלבלים הבסיסיים ביותר (שכל הפילוסופיה מלאה בהם).

3.325. כדי להימנע מטעויות אלה עלינו להשתמש בשפת סימנים שלא תאפשר אותן; שפה שלא תשתמש באותו סימן בסמלים שונים, וסימנים המציינים באופנים שונים לא יראו בה, מבחוק, כאילו הם מציינים באותו אופן. דהיינו, שפת סימנים ששולט בה דקדוק לוגי — תחביר לוגי.

(כתב-המושגים של פרגה וראסל הוא שפה כזאת, אף שעדיין אינו מונע את כל הטעויות.)

3.326. כדי להכיר את הסמל בסימן, יש לשים לב לשימושו כשיש לו מובן.

3.327. רק בשימושו הלוגי-תחבירי קובע הסימן צורה לוגית.

3.3442 האנאליזה המנתחת את הסימן כמורכב אינה שרירותית (אילו היה זה כך היה הסימן מנותן אחרת בהופיעו במשפטים שונים).

3.4 משפט קובע מקום במרחב הלוגי. קיומו של מקום לוגי זה מובטח בלעדית על ידי קיום המרכיבים – על ידי קיומו של המשפט בעל המובן.

3.41 פסוק וקואורדינאטות לוגיות: זהו מקום לוגי.

3.411 מקום גיאומטרי ומקום לוגי דומים בכך, שהם אפשרויות קיום.

3.42 אף כי משפט צריך לקבוע רק מקום אחד במרחב הלוגי, הרי בהינתנו, המרחב הלוגי כולו חייב להינתן איתו.

(אחרת השלילתי, הסכום הלוגי, המכפלה הלוגית וכו' היו מכניסים יסודות – מתואמים – חדשים.)

(הפיגום הלוגי סביב התמונה קובע את המרחב הלוגי. המשפט לוכד את המרחב הלוגי לכל היקפו.)

3.5 פסוק מיושם, נחשב, הוא מחשבה.

4 מחשבה היא פסוק בעל מובן.

4.001 מכלול המשפטים היא השפה.

4.002 לאדם יש יכולת לבנות שפות שבהן ניתן לבטא כל מובן, מבלי שיהיה לו מושג כיצד לכל מלה יש משמעות ומה משמעותה. כך אנשים מדברים בלא לדעת איך נוצר כל צליל בודד.

השפה המדוברת היא חלק מהאוראגוניזם האנושי והיא מסובכת לא פחות ממנו.

אי אפשר לו לאדם לשאוב את הלוגיקה של השפה באופן בלתי אמצעי מן השפה.

השפה מלבישה את המחשבה בתחפושת. עד כדי כך, שמצורתו החיצונית של הלבוש אי אפשר להסיק על צורתה של המחשבה

הפסוק. מהותיות הן אלה המאפשרות, הן לבדן, למשפט לבטא את מובנו.

3.341 מהותי במשפט הוא איפוא מה שמשותף לכל המשפטים היכולים לבטא אותו מובן.

וכך בכלל: המהותי בסמל הוא מה שמשותף לכל הסמלים היכולים לשמש לאותה מטרה.

3.3411 על כן אפשר לומר: שם ממש הוא מה שמשותף לכל הסמלים המציינים את האובייקט. כך אפשר להראות, צעד אחרי צעד, ששום הרכיביות אינה מהותית לשם.

3.342 בסימונים שלנו יש אמנם משהו שרירותי, אך זה אינו שרירותי: שאם קבענו משהו באופן שרירותי, אז משהו אחר חייב לקרות. (זה נובע מההזדהות הסימון).

3.3421 יכול להיות שאופן ציון מסוים לא יהיה חשוב, אבל תמיד חשוב שהוא אופן ציון אפשרי. כך זה בפילוסופיה בכלל: תמיד מתברר שהמקרה הפרטי אינו חשוב, אך אפשרותו של כל מקרה פרטי נותנת לנו ידע על מהותו של העולם.

3.343 הגדרות הן כללים לתרגום משפה אחת לשפה אחרת. כל שפת-סימונים נכונה צריכה להיות בת-תרגום לכל אחת אחרת לפי כללים כאלה: זה מה שמשותף לכלן.

3.344 מה שמציין בסמל הוא מה שמשותף לכל אותם סמלים אשר נכלל להציג תחתיו תוך ציות לכללי התחביר הלוגי.

3.3441 כך, למשל, אפשר לבטא את מה שמשותף לכל הסימונים לפונקציות האמת: המשותף להן הוא שניתן להחליף את כולן, למשל, בסימונים "p" ("לא p") ו"q" ("או q").

(כאן מתברר האופן שבו האפשרות של סימון מסוים יכולה לתת לנו ידע כללי.)

כי גם אי סדיריות אלה מתמנות את מה שהן אמורות לבטא, אם כי באופן אחר.

4.014 התקליט, המחשבה המוסיקאלית, התווים וגלי הקול, כולם עומדים זה לזה באותו יחס פנימי מתמון, הקיים בין השפה והעולם.

המבנה הלוגי משותף לכולם.
(כמו באגדה על שני הצעירים, שני סוסייהם ושני פרחי הלילך שלהם. במונן מסוים, כולם אחד.)

4.0141 יש כלל כללי שעל ידיו יכול המוסיקאי לשאוב את הסימפוניה מן הפרטיטורה, ובעזרתו ניתן לקבל את הסימפוניה (ואז לפי הכלל הראשון את הפרטיטורה) מן הוריי שבתקליט. כלל זה מהווה את הדמיון הפנימי בין מערכות, שלמראית עין הן שונות לחלוטין זו מזו. וכלל זה הוא חוק ההיטל, המטיל את הסימפוניה על שפת התווים. הוא כלל התרגום של שפת התווים לשפת התקליט.

4.015 האפשרות של כל הדימויים, כל התמונות באופני הביטוי שלנו, נעוצה בלוגיקה של התמון.

4.016 כדי להבין את מהות המשפט נחשוב על כתב החרטומים, המתמן את העובדות שהוא מתאר.

ממנו צמח כתב האותיות, בלי לזנוח את מה שמהותי לחימון.
4.02 או רואים זאת בכך, שאנו מבינים את מובן הפסוק בלא שהוא חוסבר לנו.

4.021 משפט הוא תמונה של המציאות: אם אני מבין את המשפט אני יודע את מצב-העניינים שהוא מציג. ואת המשפט אני מבין בלי שמוננו יוסבר לי.

4.022 משפט מראה את מוננו.
משפט מראה מה המצב אם הוא אמיתי, והוא אומר שזה המצב.

הלבושה בן, מפני שהצורה החיצונית של הלבוש עשויה למטרת אחרות למגרי, לא כדי לגלות את צורת חגוף.
ההסתמנות-שבשתיקה הדרושות להבנת השפה המדוברת מסובכות להחריד.

4.003 רוב השאלות והמשפטים שנכתבו על נושאים פילוסופיים אינם שקריים, אלא חסרי מובן. על כן יכולים אנו לא לענות על שאלות אלה כלל, אלא רק להסביר את חוסר המובן שלהן. רוב השאלות והמשפטים של הפילוסופים נובעים מתוך כך שאין אנו מבינים את הלוגיקה של שפתנו.

(הם מסוג השאלה, האם הטוב זהה או פחות מן היפה.)
ואין זה מפתיע שהבעיות העמוקות ביותר בעצם אינן בעיות כלל.

4.0031 כל הפילוסופיה היא "ביקורת השפה". (אך לא במונן של מאוטנר.) תרומתו של ראסל היא בכך שהראה שהצורה הלוגית הנראית-לעין של המשפט אינה חייבת להיות צורתו ממש.

4.01 משפט הוא תמונה של המציאות.
משפט הוא מודל של המציאות כפי שאנו חושבים אותה.

4.011 המשפט, כפי שהוא מודפס, למשל, על הנייר, אינו נראה ממבט ראשון כתמונה של המציאות שהוא דן בה. אבל גם תווים אינם נראים ממבט ראשון כתמונה של מוסיקה, וכתב סימני-הקול (האותיות) שלנו אינו נראה כתמונה של הדיבור בקול.
ובכל זאת מוכיחות שפות-סימנים אלה שהן תמונות (אפילו במונן המקובל של המלה) של מה שהן מציגות.

4.012 ברור שאנו תופסים משפט, שצורתו היא "a**b**", כתמונה. כאן הדמיון בין הסימן והמסומן הוא ברור.

4.013 ואם נחותר למהותה של אותה תמונתיות, נראה שאי-סדירות למראית עין (כגון השימוש ב**b** ו**a** בכתב התווים) אינן מפריעות אותה.

4.0311 שם אחד מייצג דבר אחד, שם אחר מייצג דבר אחר, והם קשורים יחד. כך כללותם מצגינה, כתמונה חיה, מצב-דברים.

4.0312 אפשרות המשפט נעוצה בעקרון ייצוג האובייקטים על ידי סימנים. הרעיון הבסיסי שלי הוא, שהקבעים הלוגיים אינם מייצגים. שהלוגיקה של העובדות אינה ניתנת לייצוג.

4.032 משפט הוא תמונה של מצב-עניינים רק בה במידה שהוא מחולק לוגית.

(גם המשפט "אלך" הוא מורכב, כי לשורשו עם אות-תחילית אחרת, ולאח התחילית שלו עם שורש אחר, יש מובן אחר.)

4.04 במשפט חייב להיות בדיוק אותו מספר של חלקים מובחנים שיש במצב-העניינים אותו הוא מצגי.

שניהם צריכים להיות בעלי אותו ריבוי לוגי (מתמאטי). (השווה ל"מכאניקה" של הרץ על מודלים דינאמיים.)

4.041 את הריבוי המתמאטי הזה, מצדין, כמובן אי אפשר לחמון. אי אפשר לצאת ממנו על ידי חיסון.

4.0411 למשל, לו רצינו לבטא את מה שאנו מבטאים ב" $f(x)$ " על ידי שנושים אינדקס ליד ה" f ", למשל כך: "הכלל: f ", זה לא היה מספיק — לא היינו יודעים מה מוכלל. אילו רצינו להביע זאת על ידי האינדקס " f ", כך: " $f(x_{\text{הכלל}})$ ", זה לא היה מספיק — לא היינו יודעים מהו הטווח של הכמת הכולל. אילו בקשנו לעשות זאת על ידי הכנסת קור-היכר למקומות האורגומונט, למשל כך:
"הכלל,הכלל) f (הכלל,הכלל)"

זה לא היה מספיק — לא היינו יכולים לברר את זהות המשתנים. וכן הלאה.

כל אופני הציון הללו אינם מספיקים כי אין להם הריבוי המתמאטי הדרוש.

4.023 משפט חייב לכפות היקבעות — של כן או לא — על המציאות. לשם כך עליה להיות תחולת על ידי בשלמות. משפט הוא תיאור של מצב-דברים.

משפט מתאר את המציאות על פי תכונותיו הפנימיות, כפי שתיאור של אובייקט מתאר אותה על ידי תכונותיו החיצוניות.

משפט מכונן עולם בעזרת פיגום לוגי; לכן אפשר לראות במשפט גם מהו המצב הלוגי, אם הוא אמיתי. ממשפט שקרי אפשר להסיק מסקנות.

4.024 להבין משפט פירושו, לדעת מה קורה אם הוא אמיתי.

(על כן אפשר להבין את המשפט בלי לדעת אם הוא אמיתי.) מי שמבין את מרכיביו, מבין אותו.

4.025 תרגום משפה אחת לשפה אחרת אינו נעשה על ידי תרגום כל משפט באחת למשפט באחרת; מתרגמים רק את מרכיבי המשפטים. (והמילון מתרגם לא רק שמות עצם אלא גם פעלים, שמות תואר, מילות יחס וכו', והוא מתייחס לכולם באותו אופן.)

4.026 כדי שובין את משמעותם של סימנים פשוטים (מלים) יש להסביר לנו אותם. במשפטים אנו נדברים.

4.027 זה מונח במהותו של המשפט שהוא יכול להעביר לנו מובן חדש. משפט צריך להעביר מובן חדש בביטויים ישנים.

4.03 המשפט מעביר לנו מצב-עניינים, לכן עליו להיות קשור במצב-הקשר הוא זה, שהוא הינו תמונה לוגית.

משפט אומר משהו רק בה במידה שהוא תמונה.

4.031 במשפט כאילו נבנה מצב-עניינים לניסיון. במקום "למשפט זה יש מובן כזה וכזה" אפשר לומר ישר, "משפט זה מצגי מצב-עניינים זה וזה".

4.0412 מאותה סיבה ההסבר האידיאליסטי לראיית יחסים חלליים ("המשקפיים החלליים") אינו מספק, כי אין הוא יכול להסביר את רבנוגיותם של היחסים הללו.

4.05 המציאות מוטרט למשפט.

4.06 משפט יכול להיות אמיתי או שקרי רק בהיותו תמונה של המציאות.

4.061 מי שאינו שם לב, שלמשפט יש מובן שאינו תלוי בעובדות, יוכל על נקלה להאמין, שאמת ושקר הם יחסים שוויוצניות בין סימנים ומסומנים.

למשל, הוא יוכל לומר ש"p" מציין על דרך האמת את מה ש"~p" מציין על דרך השקר, וכי"ב.

4.062 האם אינו יכולים להידבר במשפטים שקריים, כשם שעשינו זאת עד כה במשפטים אמיתיים (כל עוד ידוע שהם אמורים להיות שקריים)? לא! משפט הוא אמיתי אם המצב הוא כפי מה שאנו אומרים על ידי המשפט הזה. אם ב"p" אנו מתכוונים ל"~p", והמצב הוא כפי מה שאנו מתכוונים, אז "p" בפירוש החדש הוא אמיתי, לא שקרי.

4.0621 אבל זה חשוב שהסימנים "p" ו"~p" יכולים לומר משהו זהה: זה מראה שבמציאות מאומה אינו מקביל לסימן "p".

זה שבמשפט מופיעה שלילה אינו מהווה עדיין קוֹהֶרֶנְט, של מובנו (p = ~p).

למשפטים "p" ו"~p" יש מובן הפוך, אבל אותה מציאות מקבילה לשיניהם.

4.063 תמונה שתסביר את מושג האמת: כתם שחור על נייר לבן; נתון לתאר את צורת הכתם על ידי כך שאגיד, לגבי כל נקודה על הנייר, אם היא שחורה או לבנה. לעובדה שנקודה היא שחורה מקבילה עובדה חיובית, לכך שהיא לבנה (לא שחורה) מקבילה עובדה שלילית. אם אני מציין נקודה על הנייר (עוד אמת פוזיטיבית)

זה מקביל להנחה העומדת לשיפוט, וכי' וכי'.
אך כדי שאוכל לומר שנקודה היא שחורה או לבנה, עלי לדעת, קודם כל, מתי נקודה נקראת "שחורה" ומתי "לבנה". כדי שאוכל לומר ש"p" אמיתי (או שקרי) עלי לקבוע באילו נסיבות אקרא ל"p" אמיתי, ובכך אני קובע את מובן המשפט.
ההשוואה צולעת בנקודה זו: אפשר להורות על נקודה על הנייר גם בלי לדעת מהו שחור ומהו לבן, אך למשפט ללא מובן כלום לא מקביל; שהרי אין הוא מציין דבר (ערך אמת) שתכונתו, כביכול, נקראת "שקרי" או "אמיתי". הפועל במשפט הוא לא (כפי שפרגה האמין) "הוא אמיתי" או "הוא שקרי", אלא זה שעליו נאמר "הוא אמיתי" חייב כבר להכיל את הפועל.

4.064 לכל משפט כבר צריך להיות מובן. החיוב אינו יכול לחת לו מובן, כי מה שמתייבים הוא-הוא המובן. הוא הדין לגבי השלילה, וכי'.
יכולת לומר: השלילה מתייחסת למקום הלוגי, שנקבע כבר על ידי המשפט הנשלל.

משפט שולל קובע מקום לוגי אחר מזה הנשלל.
המשפט השולל קובע מקום לוגי בעזרת המקום הלוגי של המשפט הנשלל, כך: הוא מתאר אותו כמצוי מחוץ למקום האחר.
זה שאפשר לשלול שוב את המשפט הנשלל מראה, שמה שנשלל הוא משפט בפני עצמו ולא איזו הכנה-למשפט.

4.1 משפט מציג את קיומם ואי-קיומם של מצב־דברים.

4.11 מכלול המשפטים האמיתיים הוא כללות מדעי הטבע (אג, מכלול מדעי הטבע).

4.111 הפוליטופיה אינה אחד ממדעי הטבע.
(משמעה של המלה "פוליטופיה" צריך להיות מה שונמצא מעל או מתחת למדעי הטבע, אך לא לצידם.)

4.112 מטרת הפוליטופיה היא ההבהרה הלוגית של המחשבה.

כדי להיות מסוגלים להציג את הצורה הלוגית היינו צריכים להתמקם, עם המשפט, מחוץ ללוגיקה, כלומר, מחוץ לעולם.

4.121 משפט אינו יכול להציג את הצורה הלוגית; הוא משקף אותה בתוכו.

מה שמשתקף בשפה, השפה אינה יכולה להציג.

מה שמטבטא את עצמו בשפה, אנו איננו יכולים לבטא בה.

המשפט מראה את הצורה הלוגית של המציאות.

הוא מפגן אותה.

4.1211 משפט אחד, "fa", מראה שהאובייקט a מופיע במונח. שני משפטים, "fa" ו-"ga", מראים שבשניהם מדובר באותו אובייקט.

אם שני משפטים סותרים זה את זה, המכנה שלהם מראה זאת; ליוצא בן, אם אחד מהם נובע מן השני; וכו'.

4.1212 מה שניתן להראות אינו ניתן להיאמר.

4.1213 עתה מבינים אנו גם את הרגשתנו, שאם פעם הכל יסתדר בשפת-הסימנים שלנו, אז תהיה לנו תפיסה לוגית נכונה.

4.122 במובן מסוים, אפשר לדבר על תכונות צורניות של אובייקטים ושל מצבידברים, ובהתאם, על תכונות מבניות של עובדות. באתנו מובן נדבר על יחסים צורניים ויחסים של מבנים.

(תחת "תכונה מבנית" אומר גם "תכונה פנימית", ותחת "יחס של מבנים", "יחס פנימי".)

אני מנהיג את הביטויים הללו כדי להראות את הסיבה לבלבול, הנפוץ מאוד בין פילוסופים, בין יחסים ממש (חיצוניים) ויחסים פנימיים.)

אבל במשפטים אי אפשר לטעון לקיומם של יחסים ותכונות פנימיים כאלה, אלא קיומם נראה במשפטים המציגים את מצבי-הדברים הללו או דגים באובייקטים הללו.

4.1221 לתכונה פנימית של עובדה נוכל לקרוא גם קראופי של העובדה (במובן שבו אנו מדברים על קורא-אופי של בני אדם.)

31

הפילוסופיה אינה תורה, אלא פעילות.

עבודה פילוסופית עשויה, במהותה, מהבהרות.

תוצאת הפילוסופיה אינה "משפטים פילוסופיים" אלא התבהרותם של משפטים.

על הפילוסופיה להפוך מחשבות, שאחרת היו מעורפלות ועמומות, לברירות וחדות-גבול.

4.121 הפסיכולוגיה אינה קשורה לפילוסופיה יותר מאשר לאישהו מדעי טבע אחר.

תורת ההכרה היא הפילוסופיה של הפסיכולוגיה.

האין הקורתי את שפת הסימנים מקבילה לחקר תהליכי החשיבה, שפילוסופים תפסו כמהותיים כל כך לפילוסופיה של הלוגיקה?

אכן הם הסתכנו, לרוב, בחקירות פסיכולוגיות בלתי מהותיות, וסכנה דומה נשקפת גם לשיטת.

4.122 תורת דארווין קשורה לפילוסופיה לא יותר מכל היפותזה אחרת של מדעי הטבע.

4.113 הפילוסופיה תוחמת את גבולו השנוני-במחלוקת של מדעי הטבע.

4.114 עליה לתחום את גבול הניתן-לחשיבה, ובכך את הבלתי-ניתן לחשיבה.

עליה לתחום את גבול הבלתי-ניתן-לחשיבה מתוך הניתן-לחשיבה, מבפנים.

4.115 משמעה יהא הבלתי-ניתן-להיאמר, בכך שהיא תציג בברירות את הניתן-להיאמר.

4.116 כל הניתן להיחשב בבהירות, כל מה שיכול להיאמר ניתן לאמרו בבהירות.

4.122 משפט יכול להציג את מכלול המציאות, אך אין הוא יכול להציג את מה שחייב להיות משותף לו עם המציאות כדי שיוכל להציגה

— את הצורה הלוגית.

30

4.126 עכשיו יכולים אנו לדבר גם על מושגים צורניים, באותו מובן שבו דיברנו קודם על תכונות צורניות.

(אני מנהיג ביטוי זה כדי להבהיר את סיבת הבלבול, הנפוץ בכל הלוגיקה העתידית, בין מושגים צורניים ומושגים ממש.)

שמשוהו נופל תחת (כלומר, הוא אובייקט של) מושג צורני, זאת אי אפשר לבטא במשפט, אך זה נראה בעצם הסימן לאותו אובייקט. (שם מראה שהוא מצייץ אובייקט; סיפרה, שהיא מציינת מספר; וכו')

שלא כמושגים ממש, מושגים צורניים אי אפשר להציג על ידי פורמציית.

לפי שקווי החיכך שלהם, התכונות הצורניות, אינן מבטאות בפונקציות.

הביטוי לתכונה צורנית הוא קוראופי של סמלים מסוימים.

על כן, הסימן לקור-היכר של מושג צורני הוא קוראופי הטיפוסי לכל הסמלים שמשמעויותיהם נופלות תחת אותו מושג.

על כן, הביטוי למושג צורני הוא משתנה משפטי, שקוראופי טיפוסי זה הוא הקבוע היחיד בו.

4.127 משתנה משפטי מצייץ מושג צורני, וערכיו מציינים את האובייקטים הנופלים תחת מושג זה.

4.1271 כל משתנה הוא סימן למושג צורני.

שהיי כל משתנה מציג צורה קבועה המשותפת לכל ערכיו. צורה זו אפשר לתפוס כתכונה צורנית של ערכי המשתנה.

4.1272 על כן, הסימן הנכון למושג המדומה אובייקט הוא המשתנה השמני "x".

בכל מקום שיש שימוש נכון במלה "אובייקט" ("דבר", וכו') יבטא זאת כתב-המושגים בעזרת משתנה שמני.

למשל, "יש שני אובייקטים שהם..." יבטא במשפט על ידי "...(x,y)".

בכל מקום שמשמתישים ב"אובייקט" אחרת, כלולה למושג ממש, נוצרים משפטים מדומים, חסרי מובן.

4.123 תכונה היא פנימית אם אי אפשר לחשוב שהאובייקט שלה יחסר אותה.

(שני גוונים אלה של כחול עומדים, מניה וביה, ביחס של בהיר יותר וכהה יותר. אי אפשר לחשוב ששני אובייקטים אלה לא יעמדו ביחס זה.)

(השימוש הלא-עקבי במלה "אובייקט" מקביל כאן לשימוש הלא-עקבי במלים "תכונה" ו"יחס".)

4.124 קיום תכונה פנימית של מצב-עניינים אפשרי אינו מבטא במשפט, אלא הוא מתבטא במשפט המציג מצב זה, דרך תכונה פנימית של המשפט.

לטעון לקיומה של תכונה צורנית, ולשלול אותה, זה חסר-מובן באותה מידה.

4.1241 אי אפשר להבחין בין צורות על ידי כך שאומרים, שלאחת יש תכונה זו ולאחרת תכונה אחרת, כי זה מניח שאפשר לייחס את התכונות לצורות.

4.125 קיומו של יחס פנימי בין מצב-עניינים אפשרי מתבטא בשפה ביחס פנימי בין המשפטים המציגים אותם.

4.1251 כך מתחסלת השאלה שבמהלוקות, "האם כל היחסים הינם פנימיים או היצוניים".

לסדרות הערוכות על פי יחסים פנימיים אקרא "סדרות של צורות". סדרת המספורים אינה ערוכה לפי יחס היצוני אלא לפי יחס פנימי.

וכן סדרת המשפטים

$$"aRb",$$

$$"(x):aRx.xRb",$$

$$"(x,y):aRx.xRy.yRb",$$

וכו'.

כש-b עומד באחד מהיחסים הללו ל-a, אקרא לו "עוקב של a".

4.1274 שאלה על קיומו של מושג צורני היא חסרת מובן, כי שום משפט אינו יכול לענות על שאלה כזאת.

(כך, למשל, אי אפשר לשאול, "האם קיימים משפטי נושא-נשוא שאינם ניתנים לניתוח?")

4.128 הצורות הלוגיות הן ללא מספר.

לכן אין בלוגיקה מספרים מיוחסים, ולכן אין מונחים או דואליזם פילוסופי, וכך.

4.2 מובנו של משפט הוא הסכמתו ואי-הסכמתו עם אפשרויות הקיום ואי-הקיום של מצב-דברים.

4.21 המשפט הפשוט ביותר, משפט-יסוד, טוען לקיומו של מצב-דברים.

4.211 סימן למשפט-יסוד הוא זה, ששום משפט-יסוד אינו יכול לסתרו.

4.22 משפט-יסוד עשוי משמות. הוא קישור, שרשור, של שמות.

4.221 דאי שעל ידי ניתוח משפטים עלינו להגיע למשפט-יסוד, העשויים משמות הקשורים זה בזה באופן בלתי-אמצעי.

כאן נשאל, איך קשר (משפט) זה נוצר.

4.2211 אפילו אם העולם מורכב ללא קץ, כך שכל עובדה עשויה ממצבי-דברים רבים לאין ספור וכל מצב-דברים מורכב מאובייקטים לאין ספור, גם אז היו חייבים להיות אובייקטים ומצב-דברים.

4.23 שם מופיע במשפט רק בהקשר של משפט-יסוד.

4.24 שמות הם סמלים פשוטים: אני מציין אותם על ידי אותיות בודדות ("x", "y", "z").

משפט-יסוד אינו כותב כפונקציית של שמות, בצורה זו: "fx", או שאני מציין אותם על ידי האותיות "r", "q", "p".

למשל, אין לומר "יש אובייקטים" כפי שאומרים, נניח, "יש ספרים". "יש 100 אובייקטים" או "יש א⁰ אובייקטים" בטלים לא פחות.

וחסר מובן הוא לדבר על מספר כל האובייקטים.

הוא הדין לגבי המלים "מורכב", "עובדה", "פונקציה", "מספר" וכו'.

כל אלה מציניים מושגים צורניים שיבטאו בכתיבה-מומחשגים על ידי משתנים ולא (כמו שחשבו פרגה וראסל) על ידי פונקציות או קבוצות.

ביטויים כגון "1 הוא מספר", "יש רק אפס אחד" ודומיהם הם חסרי מובן.

(זה חסר מובן לומר "יש רק 1 אחד" כמו שהיה זה חסר מובן לומר "2+2 שווה 4 בשעה 3".)

4.12721 מושג צורני כבר נתון יחד עם האובייקט הנופל תחתיו. לכן אי אפשר להנהיג כמושגים בסיסיים גם את האובייקטים של מושג צורני וגם את המושג הצורני הזה עצמו. למשל אין להנהיג כמושגים בסיסיים גם את מושג הפונקציה וגם פונקציות מיוחדות (כמו שעשה ראסל), או את מושג המספר ומספרים מסוימים.

4.1273 אם ברצוננו לבטא בכתב-המושגים את המשפט הכללי "x הוא עוקב של y" או זקוקים, כמו קודם, לביטוי עבור האיבר הכללי של סדרת הצורות

$$aRb, \\ (Ex):aRx.xRb, \\ (Ex):aRx.xRy.yRb, \\ \dots$$

אפשר לבטא את האיבר הכללי של סדרת צורות רק על ידי משתנה, כי המושג: איבר של סדרת הצורות הזו, הוא מושג צורני.

(זה נעלם מעינינו של פרגה וראסל: לכן האופן שבו רצו לבטא משפטים כלליים כגון "ה"ל הוא מוטעיה"; הוא מכיל מעגל ממאיר.)

אנו יכולים לקבוע את האיבר הכללי של סדרת צורות על ידי כך שנפרט את האיבר הראשון שלה ואת הצורה הכללית של הפעולה, המייצרת את האיבר הבא מן המשפט שקדם לה.

4.28 להרכיבים אלה מקביל אותו מספר של אפשרויות אמת ושקר של משפטי-יסוד.

4.3 אפשרויות האמת של משפטי-יסוד משמעין אפשרויות הקיום ואי הקיום של מצב-דברים.

4.31 את אפשרויות האמת נוכל להציג בטבלה כזו ("א" משמעו "אמת", "ש" – "שקר"; סימול זה קל להבינו: טור של "א" ו"ש" מתחת לשורה של משפטי-יסוד, משמעו אפשרויות-האמת של):

p	q	r	p	q	p
א	א	א	א	א	א
ש	א	א	ש	א	ש
א	ש	א	ש	ש	ש
ש	ש	א	ש	ש	ש
א	ש	ש	א	ש	ש
ש	ש	ש	ש	ש	ש

4.4 משפט הוא ביטוי של הסכמה ואי-הסכמה עם אפשרויות-האמת של משפטי-יסוד.

4.41 אפשרויות האמת של משפטי-יסוד הם תנאי האמת והשקר של משפטים.

4.411 מסתבר, שהנהגת משפטי-יסוד היא המסד להבנת כל סוגי המשפטים האחרים. אכן ניתן לחוש שהנחת משפטים כלליים תלויה בהנחת משפטי-יסוד.

4.241 כשאני משתמש בשיני סימנים באותה משמעות, אני מבטא זאת בכך שאני שם ביניהם את הסימן "=".

פירושו של "a=b" הוא איפוא זה: ניתן להחליף את הסימן "a" בסימן "b".

(כשאני מנהיג סימן חדש, "b", על ידי משוואה, אני קובע שניתן להחליף סימן ידוע מקודם, "a", ב"b". אני כותב את המשוואה, כלומר את ההגדרה, כמו ראסל: "a=b Def". הגדרה היא כלל החל על סימנים.)

4.242 ביטויים שצורתם "a=b" הם איפוא עזרי-הצגה בלבד. אין הם אומרים מאומה על המשמעות של הסימנים "a" ו"b".

4.243 היכולים אנו להבין שני שמות בלא לדעת אם הם מציינים דבר אחד או שני דברים שונים? היכולים אנו להבין משפט בו מופיעים שני שמות בלא לדעת אם משמעותם זהה או שונה?

אם אני יודע את המשמעות של מלה אנגלית ושל מלה גרמנית שמשמעותה זהה, אז לא יתכן שלא אדע ששתי המלים הללו הן שוות-משמעות; לא ייתכן שלא אוכל לחרגם את זו בזו. ביטויים דוגמת "a=a" ונגזרותיהם אינם משפטי-יסוד ואף אין הם סימנים בעלי מובן. (זה "יראה להלן)."

4.25 כשמשפטי-היסוד אמיתי מצב-הדברים קיים; כשמשפטי-היסוד שקרי, מצב-הדברים אינו קיים.

4.26 פירוט כל משפטי-היסוד האמיתיים הוא תיאור שלם של העולם. העולם מתואר בשלמות על ידי פירוט כל משפטי-היסוד, בתוספת פירוט מי מהם אמיתי ומי שקרי.

4.27 לגבי קיום ואי קיום, ל"ה מצב-דברים יש $K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v}$ אפשרויות כל הרכב של מצב-דברים אלה יכול להתקיים בלא שהאחרים יתקיימו.

הוא פסוק.

(מבחינה לוגית, "–", קורשהיפוט של פרגה, הוא ללא-משמעות לחלוטין. הוא מורה, אצל פרגה וראסל, רק על זאת, שמתחברים אלה סבורים שהמשפטים המצוינים כך הם אמיתיים. לכן "–" הינו חלק מהשקף המשפט לא יותר מאשר המספר של המשפט.

אי אפשר לו למשפט להצהיר על עצמו שהוא אמיתי.)
כשכלל-סיזור קובע, אחת ולתמיד, את סדר אפשרויות-האמת בטבלה, אז הטור האחרון לבדו הוא כבר ביטוי לתנאי-אמת. אם נכתוב טור זה כשורה, הפסוק יהא

$$(א,א, -א, -א, q, p)$$

או, בצורה מפורשת יותר,

$$(א,א,א,א, -א, -א, q, p)$$

(מספר המקומות בסוגריים שמימין נקבע על פי מספר האיברים שבסוגריים משמאל).

4.45 עבור n משפטי-יסוד יש L_n קבוצות אפשריות של תנאי-אמת. את קבוצות תנאי-האמת, השייכות לאפשרויות-האמת של מספר משפטי-יסוד, אפשר לסדר בסדרה.

4.46 בין הקבוצות האפשריות של תנאי-האמת יש שני מקרים קיצוניים. במקרה האחד, המשפט אמיתי בשביל כלל אפשרויות-האמת של משפטי-היסוד. או אמרים אז שתנאי האמת הם טאוטולוגיים.

במקרה השני, המשפט שקרי בשביל כלל אפשרויות-האמת של משפטי-היסוד: תנאי האמת מכילים סתירה. במקרה הראשון נקרא למשפט "טאוטולוגיה", במקרה השני "סתירה".

4.461 משפט מראה מה הוא אומר; טאוטולוגיה וסתירה מראות שאין הן אומרות כלום.

לטאוטולוגיה אין תנאי אמת, כי היא אמיתית ללא-תנאי. וסתירה אינה אמיתית בשום תנאי.
טאוטולוגיה וסתירה הן ללא-מובן.
(כנקודה שממנה יוצאים שני חיצים כיוונים מנוגדים)

4.42 יש L_n אפשרויות הסכמה ואי הסכמה של משפט עם אפשרויות-האמת של n משפטי-יסוד.

4.43 נוכל לבטא הסכמה עם אפשרויות-אמת על ידי כך שנחזאים להן, למשל, את הסימן "א" (אמת) שבטבלה. העדרו של סימן זה פירושו אי-הסכמה.

4.431 ביטוי ההסכמה ואי-ההסכמה עם אפשרויות האמת של משפטי-יסוד מבטא את תנאי האמת של המשפט.

משפט הוא הביטוי של תנאי האמת שלו.
(פרגה צדק, על כן, לחלוטין כשפתח בהם בהגדרת סימני כתב המושגים שלו. אבל הגדרת מושג האמת של פרגה היא מוטעית: אילו היו האמת והשקר אויבקיטיים, והארגומנטים ב- p ~ ו- q ~ , אז קביעת המובן של " p ~" על פי פרגה לא הייתה קובעת אותו כלל.

4.44 הסימן שנוצר על ידי התאמת הרישום "א" לאפשרויות-אמת הוא פסוק.

4.441 ברור שלמערכת הסימנים "ש" ו"א" לא מקביל שום אויבקיט (או מערכת של אויבקיטיים), כמו שאין מקביל לקו האופקי והאנכי או לסוגריים. אין "אויבקיטיים לוגיים".

הוא הדיון, כמובן, באשר לכל הסימנים המבטאים את מה שטבלת ה-"א" וה-"ש" מבטאת.

4.442 למשל, זה

"	p	q	"
	א	א	
-----	ש	א	א
	א	ש	א

(למשל, איני יודע מאומה על מזג האוויר אם אני יודע שיוורד או שלא יורד גשם).

4.4611 אולם טאוטולוגיה וסתירה אינן חסרות-מובן; הן שייכות לסימול כמו ש- σ שייך לסימול של האריתמטיקה.

4.462 טאוטולוגיה וסתירה אינן תמונות של המציאות. אין הן מציאות מצב-עניינים כלשהן. האחת מתירה כל מצב-עניינים, האחרת אף לא אחד.

בטאוטולוגיה מכטלים תנאי ההסכמה עם העולם (היחסים המציניים) זה את זה, כך שהיא אינה עומדת בשום יחס מציגי למציאות.

4.463 תנאי האמת קובעים את מרחב המשחק שהמשפט מותר לעורבדת (משפט, תמונה, מודל, דומים, מובן שלילי, לוגיק מוצק המגביל את מרחב התנועה של גופים אחרים. במובן חיובי, הם כמו מרחב המוגבל על ידי עצם מוצק, שבו יש מקום לוגיק).

טאוטולוגיה מותירה למציאות את כל החלל הלוגי (האינסופי). סתירה ממלאת את כל החלל הלוגי ואינה מותירה למציאות שום נקודה. לכן אף אחת משתיהן אינה יכולה לקבוע את המציאות בדור כלשהי.

4.464 האמיתות של הטאוטולוגיה ודאית, של המשפט אפשרית, של הסתירה בלתי-אפשרית.
(ודאי, אפשרי, בלתי-אפשרי: כאן לפנינו שלבי הסולם שאנו זקוקים לו בתורת ההסתברות).

4.465 מכפלה לוגית של טאוטולוגיה ומשפט אומרת את מה שאומר המשפט. מכפלה זו זהה, על כן, למשפט. שהרי אי אפשר לשנות את מה שמהותי לסמל בלא לשנות את מובנו.

4.466 לקישור-סימנים לוגי מסוים מקביל קישור לוגי מסוים של משמעויותיהם. לכל קישור, יהא אשר יהא, מקבילים רק סימנים

לא-קישורים.

הווי אומר: משפטים שהם אמיתיים עבור כל מצב-עניינים אינם יכולים להיות קישור-סימנים כלל; אחרת, רק קישורי אובייקטים מסוימים היו מקבילים להם.

(ולמה שאינו קישור לוגי לא מקביל שום קישור של אובייקטים) טאוטולוגיה וסתירה הם מקרי הגבול של קישור-סימנים, כלומר התרתו.

4.4661 אמנם גם בטאוטולוגיה ובסתירה הסימנים עדיין קשורים זה בזה, כלומר, הם עומדים ביחסים זה לזה, אולם יחסים אלה הם ללא-משמענות, אין הם מהותיים לסמל.

4.5 נראה שעכשיו נוכל לתת את צורת המשפט הכללית ביותר, כלומר, תיאור המשפטים בכל שפת סימנים שהיא. כל מובן אפשרי הוא בר-ביטוי בסמל התואם תיאור זה, וכל סמל התואם תיאור זה יוכל לבטא מובן (אחרי שבוחרים כראוי את המשמעויות של השמות).

ברור, שבתיאור צורת המשפט הכללית ביותר חייב להיכלל רק המהותי לו; אחרת לא תהא זו הצורה הכללית ביותר.

קיומה של צורת-משפט כללית מוכח על ידי כך, שלא ייתכן משפט שאת צורתו אי אפשר היה לצפות (כלומר, לבנות) מראש. הצורה הכללית של משפט היא: כך וכך הוא המצב.

4.51 נניח שנתונים לי כל משפטי-היסוד. אז פשוט נשאל: אילו משפטים יכול אני לבנות מהם? את כל המשפטים, וזה קובע את גבולם.

4.52 משפטים הם כל מה שנובע ממכלול כל משפטי-היסוד (וכמובן מכך, שזהו המכלול של כולם). (כך ניתן לומר, במובן מסוים, שכל המשפטים הם הכללות של משפטי היסוד.)

4.53 צורת-המשפט הכללית היא משתנה.

5 משפט הוא פונקציית-אמת של משפטי-יסוד.

(משפטי-ייסוד הוא פונקציות-אמת של עצמו.)
 5.101 משפטי-ייסוד הם ארגומנטי-האמת של משפטים.

5.102 קל לערבב ארגומנטים של פונקציות עם אינדקסים של שמות: גם בארגומנט וגם באינדקס אני מזהה את משמעות הסימן המכליל אותי.

ה"ט" ב"ט" של ראסל הוא אינדקס המורה על כך, שהסימן כולו הוא סימן חיובי למספרים קרדינאליים. אבל סימון זה מושגת על הסכם שרירותי ואפשר היה לבחור גם סמל פשוט במקום "ט". לעומת זאת ב"ט", "ק" איננו אינדקס אלא ארגומנט: את המונח של "ק" אי אפשר להבין אם המונח של "ק" לא הובן כבר (בשם "ייליוס קיסר", "קיסר" הוא אינדקס. אינדקס הוא תמיד חלק מתיאור האובייקט שלשמו הוא מצורף, למשל, קיסר ממשפחת היוליאנים.)

אם איני טועה, הערובוב של ארגומנט ואינדקס מונח ביסוד תורת של פוגה על משמעות המשפטים והפונקציות. עבור פוגה משפטי הלוגיקה הם שמות, והארגומנטים שלהם הם אינדקסים של אותם שמות.

5.1 פונקציות-אמת אפשר לערוך בסדרות.
 זוהי תשתיתה של תורת ההסתברות.

5.101 ניתן לרשום פונקציות אמת לכל מספר של משפטי-ייסוד בטבלה מעין זו:

(אאא)	(p,q)	טאוטולוגיה: אם p אז q ואם q אז p.	(קכק), (קכק)
(שאא)	(p,q)	במלים: לא גם p וגם q.	(~(p,q))
(אאא)	(p,q)	במלים: אם q אז p.	(קכק)
(אאש)	(p,q)	במלים: אם p אז q.	(קכק)
(אאש)	(p,q)	במלים: p או q.	(p ∨ q)
(ששא)	(p,q)	במלים: לא q.	(~q)
(ששא)	(p,q)	במלים: לא p.	(~p)

[5, 3, x]
 $\Omega_0, x, \Omega_0+1, \Omega_0+1+1, \dots, \Omega_0+1+1+1, \dots$
 $(\exists\phi): F(\phi), \phi$

(שאש) (p,q) במלים: או p או q לא שניהם.
 (אשש) (p,q) במלים: אם p ואם q אז p.

(אשש) (p,q) במלים: p.
 (אאש) (p,q) במלים: q.
 (ששא) (p,q) במלים: לא p ולא q.
 (ששאש) (p,q) במלים: p ולא q.
 (ששאש) (p,q) במלים: q ולא p.
 (אשש) (p,q) במלים: q רק.
 (שששש) (p,q) סתירה: p ולא p, וq ולא q.

5.11 גם אם טעמי-האמת המשותפים למספר משפטים הם, ביחד, גם טעם האמת של משפט מסוים, נאמר שאמיתותו של משפט זה נובעת מאמיתותם של אותם משפטים.

5.122 בפרט, אמיתותו של המשפט "p" נובעת מאמיתותו של המשפט "q" אם כל טעמי-האמת של השני הם טעמי-אמת של הראשון.

5.121 טעמי-האמת של האחד מוכלים בטעמי-האמת של האחר; p נובע מ"q".

5.122 אם p נובע מ"q אז מובנו של "p" מוכל במובנו של "q".

5.123 הוא בורא עולם שבו אמיתיים גם כל המשפטים הנובעים מהם. וכן גם לא היה האל יכול לברוא עולם שבו המשפט "p" אמיתי, בלא שיברא את מכלול האובייקטים שלו.

5.124 משפט מחייב כל משפט הנובע ממנו.

5.1241 "p,q" הוא אחד המשפטים המחייבים את "p", והוא גם אחד המשפטים המחייבים את "q".

5.136 הקשר סיבתי, העשוי להצדיק היסק כזה, אינו בנמצא.

5.1361 את מאורעות העתיד אין אני יכולים להסיק ממאורעות העבר. אמונה בהקשר סיבתי היא אמונה טפלה.

5.1362 חופש הרצון מונח בכך, שאת הפעולות שבעתיד אי אפשר לדעת עכשיו. יכולנו לדעת אותן רק אילו הייתה הסיבתינות הכרחיות פנימית, כזו של היסקים לוגיים. — הקשר בין ידיעה לידוע הוא זה של הכרחיות לוגית.
זה ידוע שמה שקורה הוא "p" הוא ללא-מובן אם q הוא טאוטולוגיה.

5.1363 אם מזה שמשפט ברור לנו מאליו לא נובע שהוא אמיתי, אז ברירות-מאליה לא מצדקת גם את אמנותנו באמיתותו של המשפט.

5.14 כשמשפט נובע מחברו, אומר הוא פחות מחברו, וחברו אומר יותר ממנו.

5.141 כשי"q נובע מ"p" ו"q נובע מ"q" הריהם אותו משפט עצמו.

5.142 טאוטולוגיה נובעת מכל המשפטים: היא אינה אומרת כלום.

5.143 סתירה היא המכנה המשותף למשפטים, ששום משפט אינו שותף בו עם חברו. טאוטולוגיה היא המשותף לכל המשפטים, שאין להם כלום במשותף.

ניתן לומר שסתירה נעלמת מחוץ לכל המשפטים, וטאוטולוגיה בתוכם.
סתירה היא גבולם החיצוני של משפטים, טאוטולוגיה היא הנקודה ללא-עצם במרכזם.

5.15 א, הוא מספר טעמי-האמת של המשפט "t", ו-א_s הוא מספר טעמי-האמת של המשפט "s" שהם גם טעמי-אמת של "t", אז נקרא לוחס א:א_s; מידת הסבירות שהמשפט "t" נותן למשפט "s".

שני משפטים מנוגדים זה לזה אם אין שום משפט בעל מובן המחייב את שניהם.

כל משפט הסותר את חברו, שולל אותו.

5.13 שאמיתותו של משפט אחד נובעת מאמיתותו של משפט אחר, זאת רואים אנו במבניהם.

5.131 אם אמיתותו של משפט אחד נובעת מאמיתותו של אחר, זה מתבטא ביחסים ההדדיים שבין צורותיהם; אין צורך להביאם ליחסים אלה על ידי כך שנחבר את המשפטים הללו, קודם כל למשפט אחד, כיוון שיהיה אלה פנימיים הם, ויימייג מניה וביה עם קיומם של המשפטים.

5.1311 כשאנו מסיקים את q מ"p" ו"q" מסורה אופן-הציון את היותו בין צורות-המשפט של "p" ושל "q". אך אם נכתוב במקום "p" ו"q", למשל, "p|q" ו"q|p", ובמקום "p" ו"q" לא p ולא q) יהא הקשר הפנימי גלוי לעין.
(זה שאפשר להסיק מ"fa(x)" את "fa" שגם בסמל "fa(x)" יש כלליות.)

5.132 אם q נובע מ"p", יכול אני להסיק מ"q" על p, לגזור אתם מ"q". את אופן ההיסק ניתן ללמוד משני המשפטים הללו בלבד.

רק הם יכולים להצדיק את ההיסק.
"חוקי היסק" האמורים להצדיק היסקים — כמו אצל פרגה וראסל — הינם ללא-מובן ויהיו מיותרים.

5.133 מה שנוגד, נגזר א פריורי.

5.134 ממשפטי-יסוד אחד לא נגזר משפטי-יסוד אחר.

5.135 מקיומו של מצב-עניינים אחד אי אפשר בשום אופן להסיק על קיומו של מצב-עניינים אחר, השונה ממנו לחלוטין.

$(E\phi): F(\phi), \Omega_0, x, \Omega_0+1, x, \Omega_0+1+1, x, \Omega_0+1+1+1, x, \Omega_0+1+1+1+1, x$
[5, 3, x]

פאוסון
פאוסון
פאוסון

5.156 על כן, הסתברות היא הכללה.

כרוך בה תיאור כללי של צורת-משפט.
רק בהערך דראות אנו נזקקים להסתברות. אם איננו יודעים עובדה בשלמותה, אך יודעים בכל זאת משהו על צורתה.

(משפט אכן יכול להיות תמונה לא שלמה של מצב-עניינים כלשהו, אך תמיד הוא איזושהי תמונה שלמה.)
משפט-הסתברות הוא, אם כן, תקציר של משפטים אחרים.

5.2 מבנים של משפטים עומדים ביחס פנימי זה לזה.

5.21 אפשר להדגיש יחסים אלה באופן הביטוי שלנו, על ידי כך שנגני משפט כתוצאה של פעולה, המייצרת אותו ממשפטים אחרים (בסיסי הפעולה).

5.22 פעולה היא בטרי היחס בין מִבְנֵי תוצאות הפעולה ומבני בסיסיותו.

5.23 פעולה היא מה שצריך לקרות למשפט אחד, כדי שייעשה ממנו משפט אחר.

5.231 זהו תלוי, כמובן, בתכונותיהם הפנימיות, בדמיון הפנימי שבין צורותיהם.

5.232 היחס הפנימי המסדר סדרה הוא שווה-ערך לפעולה המפיקה איבר מאיברים אחרים של הסדרה.

5.233 פעולה יכולה להופיע רק במקום שמשפט אחד מופק ממשפט אחר באופן לוגי בעל-משמעות. כלומר, במקום בו מתחיל הבניין הלוגי של המשפטים.

5.234 פונקציית-אמת של משפט-ייסוד חן תוצאות של פעולות, שבסיסיותו הם משפטי-ייסוד. (אקראי לפעולות אלה "פעולות-אמת").

5.2341 המובן של פונקציית-אמת של "p" הוא פונקציה של המובן של "p".

5.151 בטבלה מעין זו שבמס' 5.101 לעיל, יהא א, מספר ה-"א"ים במשפט z, ו-^a מספר ה-"א"ים במשפט "s" הנמצאים בטורים שבהם במשפט "z" יש "א". המשפט "z" נותן אז למשפט "s" סבירות א^a.

5.1511 למשפטי סבירות אין אובייקט המיוחד להם.

5.152 למשפטים שאין להם ארגומנט-אמת משותפים נקרא "בלתי-תלויים זה בזה".

שני משפטי-ייסוד נותנים זה לזה סבירות 1/2.
אם p נובע מ-q, המשפט "q" נותן למשפט "p" סבירות 1. הוראות של היסק לוגי היא מקרה גבול של סבירות.
(ישום לטאוטולוגיה ולסתירה.)

5.153 משפט כשלעצמו אינו סביר ואינו בלתי סביר. מאורע מתרחש או שאינו מתרחש, אין דרך ביניים.

5.154 בכד נמצאים כדורים לבנים ושחורים במספר שווה (ואין אחרים). אני נוטל ומחזיר כדור אחר כדור לכד. בניסוי זה אני יכול לקבוע שכשהפעולה נמשכת, מספר הכדורים השחורים ומספר הכדורים הלבנים שנטלתי הולכים ומתקרבים זה לזה.

זו אינה עובדה מתמטית.
באומרי: "זה סביר באותה מידה שאטול כדור לבן ושאטול כדור שחור", אמרתי, שאף אחת מהנסיבות הידועות לי (לרבות חוקי הטבע שאניח כהערה) לא תיתן להתרחשותו של אחד המאורעות הללו יותר הסתברות מלהתרחשותו של האחר. כלומר, הן תיתנה לכל אחד מהם הסתברות 1/2, כפי שקל ללמוד מן ההמדדות דלעיל.
בניסוי זה אני מאשר, שהתרחשות שני המאורעות הללו אינה תלויה בנסיבותיהם, שעליהן איני יודע עוד מאומה.

5.155 היחידה של משפט-הסתברות היא: הנסיבות, שאיני יודע עליהן שום דבר נוסף, נותנות להתרחשות מאורע נתון דרגת הסתברות כזו וכזו.

זה: "[a, x, O'x]. הביטוי שבסוגריים הוא משתנה; איברו הראשון הוא תחילת סדרת-הצורות, איברו השני הוא צורת איבר שרירותי כלשהו מן הסדרת, ואיברו השלישי הוא צורת האיבר הנב בסדרת מיד אחרי x.

5.2523 מושג היישוב העוקב של פעולה הוא שווה-ערך למושג "וכן הלאה".

5.2523 פעולה יכולה לסכל את השפעתה של פעולה אחרת; פעולות יכולות לבטל זו את זו.

5.2524 פעולה יכולה להיעלם (למשל, השלילה ב" \sim "): $\sim(\sim p) = p$.

5.3 כל המשפטים הינם תוצאות של פעולות-אמת על משפטי-יסוד. פעולת-אמת היא האופן שבו מופקת פונקציית-אמת ממשפטי-יסוד. זה מהותי לפעולת-אמת שהיא מפיקה מפונקציות-אמת פונקציית-אמת חדשה, באותו אופן שבו מופקת ממשפטי-יסוד פונקציית-אמת שלהם. כל פעולת-אמת מייצרת מפונקציות-אמת של משפטי-יסוד עוד פונקציית-אמת של משפטי-יסוד – עוד משפט. התוצאה של כל פעולת-אמת על התוצאות של פעולות-אמת על משפטי-יסוד זהה לתוצאה של פעולת-אמת יחידה על משפטי-יסוד. כל משפט הוא תוצאה של פעולות-אמת על משפטי-יסוד.

5.31 לטבלה במס' 4.31 יש משמעות גם אם "p", "q", "r" וכו' אינם משפטי-יסוד.

רקל לראות שהפסוק ב-4.42 4.442 מבטא פונקציית-אמת **אמת** של משפטי-יסוד, גם אם "p" ו"q" הם פונקציות-אמת של משפטי-יסוד.

5.32 כל פונקציית-האמת הינן תוצאות יישוב עוקב של מספר סופי של פעולות-אמת למשפטי-יסוד.

5.4 כאן נראה בעליל שאין 'אובייקטים לוגיים' או 'קבועים לוגיים' (במובן של פרגה וראסל).

שלילה, חיבור, לוגי, מכפלה לוגית וכו' הן פעולות. (שלילה הופכת את מובן המשפט.)

5.24 פעולה מתגלה פְּמשתנה: היא מראה כיצד לעבור מצורות משפט אחת לאחרת.

5.241 פעולה אינה קרי-היפך של צורה, אלא רק של הבדל בין צורות. (והמושגות לבסיסים ולתוצאות הפעולה הוא, שוב, הבסיסים.)

5.242 אותה פעולה המפיקה את "q" מ"p", מפיקה מ"q" את "r", וכן אפשר לבטא זאת רק כך: "q", "p", וכו' הם משתתנים הנותנים ביטוי כללי להחסים צורניים מסוימים.

5.25 הופעת פעולה אינה מאפיינת את מובן המשפט.

רק תוצאת הפעולה, ולא הפעולה עצמה, אומרת משהו, וזו תלויה בבסיסי הפעולה. (אסור לערבב פעולה עם פונקציה.)

5.251 פונקציה אינה יכולה להיות הארגומנט של עצמה, אך תוצאת פעולה יכולה להיות לבסיס לעצמה.

5.252 רק כך אפשרית התקדמות מאיבר לאיבר בסדרת-צורות (מטיפוס לטיפוס, בהירארכיות של ראסל ווייטהד). (ראסל ווייטהד לא הדרו באפשרותה של התקדמות זו, אך עשו בה שימוש מתמיד.)

5.2521 ליישוב חוזר של פעולה על תוצאותיה שלה אקרא "יישוב עוקב": ("O'O'a") הוא התוצאה של יישוב עוקב של הפעולה "O'a" על "a" שלוש פעמים).

במובן דומה אדבר על יישוב עוקב של פעולות **אחדות** על מספר משפטים.

5.2522 את האיבר הכללי של סדרת הצורות ... O'a, O'O'a, ... אציין בסימן

5.45 א. יש סימנים לוגיים ראשוניים, על הלוגיקה הנכונה להבהיר את מעמדם ההרדי ולהצדיק את קיומם. צריך לברר איך נבנית הלוגיקה מן הסימנים הראשוניים.

5.451 א. יש בלוגיקה מושגי תשתית, עליהם להיות בלתי-תלויים זה בזה. אם מונהג מושג תשתיתי, עליו להיות מונהג בכל ההקשרים שבהם הוא מופיע. אי אפשר להנהיג אותו קודם בהקשר אחד, ואחר כך שוב בהקשר אחר. למשל, כשמונהגת השלילה, עלינו להבין אותה במשפטים שצורתם " $\neg p$ " כמו במשפטים " $\neg(Ax)$ ", " $(p \vee q)$ " וכו'. אין להנהיג סימון קודם עבור קבוצה אחת ואחר כך עבור קבוצה אחרת של מקרים: אחרת היה ספק אם משמעותו שווה בשני המקרים, ולא הייתה כל סיבה להשתמש בשני המקרים באותה שיטה של צירוף-סימנים.

(בקיצור, על הנהגת סימנים ראשוניים חל, בשינויים המתחייבים, מה שאמר פרנץ ב"Grundgesetze der Arithmetik" על הנהגת סימנים בעזרת המדרות.)

5.452 הנהגת סימון-עזר חדש בסימול הלוגי חייבת תמיד להיות מאורע רב משקל. אסור להנהיג סימון-עזר חדש בארשת תממיה, כביכול, בסוגריים או בהערות שוליים.

(ב"Principia Mathematica" של ראסל ווייטהד יש המדרות וחוקי-תשתית המנוסחים במלים. מה פתאום מלים? זה דורש הצדקה. אך ההצדקה נעדרת, והכרח שתיעדר, כי אכן החליף אינו כשר.)
אם מתברר שהכרחי להנהיג סימון-עזר במקום כלשהו, חייבים מיד לשאול: היכן עלינו להשתמש בסימון-עזר זה תמיד? יש להבהיר את מקומו בלוגיקה.

5.453 כל המספרים בלוגיקה טעונים הצדקה.
יתר על כן: זה צריך להיות מובן מאלי שבלוגיקה אין מספרים.
אין מספרים מיוחדים.

5.454 בלוגיקה אין זה-בצד-זה, לא יתכן מיון.
בלוגיקה לא יתכנו כללים ופרטים.

5.41 משום שכל התוצאות של פעולות-אמת על פונקציות-אמת, תהיו או אותה פונקציות-אמת של משפטי-יסוד, זהות הן.

5.42 ברור מאלי ש" \neg ", וכו' אינם יחסים במובן שימיון, שמאל, וכו' הם יחסים.

זה שאת ה'סימנים הראשוניים' של פרנץ וראסל ניתן להגדיר בהגדרות צולבות כבר מראה, שהללו אינם סימנים ראשוניים, ועל אחת כמה וכמה שאין הם מציינים יחסים.

ולוי גם לעין שהסימון " \neg " שאנו מזדירים על ידי " $\neg v$ " זהה עם הסימון שאנו מזדירים אותו ועם " \sim " את " v ", וכן שה" $\neg v$ " הזה זהה עם ה" v " הראשון, וכו'.

5.43 נביעת עובדות אחרות לאינסוף (דחיינו $\neg p, \neg\neg p$, וכו') מן העובדה ש נראית בל-הזימון כבר מלכתחילה. לא פחות מופלא הוא שהמספר האינסופי של משפטי הלוגיקה (המתמטיאטיקה) ינבע מחצי תריסר 'חוקי תשתית'.

אך כל משפטי הלוגיקה אומרים דבר אחד, דחיינו, לא כלום.
5.44 פונקציות-אמת אינן פונקציות חומריות.
למשל, אפשר לציין חיוב על ידי שלילה כפולה; האם לכן השלילה מוכלת כבר, במובן כלשהו, בתוך החיוב? האם " $\neg\neg p$ " שולל את p , או מחייב את p , או שנוחם?

המשפט " $\neg\neg p$ " אינו דן בשלילה כבאווביקט; אדרבא, אפשרות השלילה מונחת כבר בחיוב.
ואילו היה אווביקט ששמו " \sim ", היה על " $\neg\neg p$ " לומר משהו שונה ממה שאומר " p ": המשפט הראשון היה דן ב" \sim ", השני לא.

5.441 הקבועים הלוגיים המדומים נעלמים גם אם " $\neg(Ax)\neg fx$ " אומר את מה שאומר " $(Ax)fx$ ", וגם אם " $(\exists x)fx = a$ " " $\neg(\exists x)fx$ " אומרים אותו דבר עצמו.

5.442 א. נתון לנו משפט, הרי יחד איתו נתונות לנו כבר גם כל התוצאות של כל פעולות-האמת שהוא משמש להן בסיס.

5.471 צורת המשפט הכללית היא מהותו של המשפט.

5.471 לפרט את מהותו של המשפט הוא לפרט את מהותו של כל תיאור, ועל כן, את מהותו של העולם.

5.472 תיאור צורת המשפט הכללית ביותר הוא תיאורו של הסימך הראשוני הכללי, האחד והיחיד, של הלוגיקה.

5.473 הלוגיקה צריכה לדאוג לעצמה. גם סימן אפרי צריך שיוכל לציין. כל מה שאפשרי בלוגיקה מותר. ("סוקרטס הוא זהה" הוא חסר שחר משום שאין תכונה "זהה". המשפט הוא חסר מובן מפני שלא ביצענו קביעה שרירותית, לא מפני שהסתמל כשלעצמו אסור.) במובן ידוע, איננו יכולים לטעות בלוגיקה.

5.4731 הברור מאליו, שראסל הירבה כל כך לדבר עליו, נעשה מיותר בלוגיקה רק משום שהשפה עצמה מונעת כל טעות לוגית. הלוגיקה היא א פריורי בכך שאי אפשר לחשוב משהו לא-לוגי.

5.4732 איננו יכולים לתת לסימן מובן לא נכון.

5.47321 תערו של אוקאם איננו כלל שרירותי, כמובן, ואינו כלל המוצדק על ידי תוצאותיו המעשיות. הוא מטעים שלחידות-סימון בלתי-נחוצות אין משמעות.

סימנים המשמשים אותה מטרה שקולים לוגית, סימנים שאינם משמשים שום מטרה הם חסרי משמעות מבחינה לוגית.

5.4733 פדגוגיה אומר: לכל משפט בנוי כהלכה יש מובן; ואני אומר: כל משפט אפשרי בנוי כהלכה, ואם אין לו מובן, זה יכול להיות רק משום שלא הענקנו משמעות לכמה מחלקיו.

(גם אם אנו סבורים שעשינו זאת.)
לכן "סוקרטס זהה" אינו אומר מאומה, כי למלה "זהה" לא נתנו שום מובן כתואר השם. אם המלה מופיעה כסימך-הזהות היא

53

5.4541 פתרונותיהן של בעיות לוגיות חייבים להיות פשוטים, שכן הם קובעים את קנה-המידה לפשטות.

בני האדם חשו תמיד שחייב להיות תחום של שאלות, שהתשובות להן — א פריורי — מאוחדות וערכות סימטרית במתכונת סוגיה וסדירה.

תחום שבו חל המשפט Simplex sigillum veri.

5.46 אם היו מנהיגים סימנים לוגיים כהלכה, היו מנהיגים בואת גם את מובן כל צירופיהם; כך, לא רק את "q v p", אלא כבר גם את "p v ~q", וכו' וכו'. עם זאת היה מונהג כבר הפועל-היצא ממ הצירופים האפשריים של סוגיים. עוד היה מתברר, שהסימנים הראשוניים הכלליים באמת הם לא "f(x).fx", "q v p", אלא הצורה הכללית ביותר של צירופיהם.

5.461 רבת משמעות היא גם העובדה הבלתי-חשובה לכאורה, שההחסיס המדומים הלוגיים, כגון v רִכְּ זקוקים לסוגיים — בניגוד לחסיס ממש.

כבר השימוש שעושים סימנים-ראשוניים מדומים אלו בסוגיים מלמד שהם אינם הסימנים הראשוניים ממש. הן איש לא יאמין שלסוגיים יש משמעות בפני עצמם.

5.4611 סימני הפעולות הלוגיות הם סימני פיסוק.

5.47 ברור, שכל מה שאפשר לומר מראש על צורות כל המשפטים צריך שיהיה ניתן להאמר בבת אחת.

בעצם, משפטי-היסוד עצמם כוללים את כל הפעולות הלוגיות שהרי "fa" אומר את מה שאומר "(Ex).fx.a". במקום שבו יש מורכבות, יש יש ארגומנט ופונקציה, ובמקום שמצויים הליו, מצויים כבר כל הקבועים הלוגיים.

אפשר לומר כך: הקבוע הלוגי היחיד הוא מה שמשותף לכל המשפטים מטבעם.
אולם זו היא צורת-המשפט הכללית.

52

$N(\xi)$ היא שלילית כל הערכים של המשתנה המשפטי ξ .

5.503 משום שקל לבטא, כמובן, איך נבנים משפטים על ידי פעולה זו ואיך אסור לבנות משפטים על ידיה, צריך שיהיה אפשר למצוא לכך ביטוי מדויק.

5.511 אם ξ יש רק ערך אחד, אז $N(\xi) = \neg p$ (לא p). אם יש לו שני ערכים אז $N(\xi) = \neg p \rightarrow q$ (לא p ולא q).

5.510 איך ייתכן שהלוגיקה משקפת-העולם, הכל-כוללת, תשתמש בתכסיסים וקריסים מיוחדים שבאלה? רק משום שכולם קשורים ברשת עדינה עד אינסוף, במראה המדולה.

5.512 "ק" אמיתי אם "פ" שקרי. לכן במשפט אמיתי "ק", "פ" הוא משפט שקרי. איך יכול הקו "פ" להביא אותו לכלל התאמה עם המציאות?

אך מה ששולל ב"ק" איננו ה"פ", אלא מה שמשותף לכל הסימנים בסימון זה השוללים את "ק".
הווי אומר, הכלל המשותף שלפני נבנים "ק", "פ", "ק", "פ", וכו' וכו' עד אינסוף. וכלל משותף זה משקף את השלילה.

5.513 ניתן היה לומר: מה שמשותף לכל הסמלים המחייבים גם את p וגם את q הוא המשפט "p,q", והמשותף לכל הסמלים המחייבים את p או את q הוא המשפט "p v q".
וכן אפשר לומר: שני משפטים מנוגדים זה לזה אם מאומה אינו משותף להם. וגם זו: לכל משפט יש רק שלילה אחת, כי יש רק משפט אחד המצוי לגמרי מחוצה לו.
זה נראה גם בסימון של ראסל: רואים ש"p v q" אומר אותו דבר כמו "q", וכן ש"p v q" אינו אומר מאומה.

5.514 משקבע סימון, יהא בו כלל שלפני ייבנו כל המשפטים השוללים את p , כלל שלפני ייבנו כל המשפטים המחייבים את p , כלל שלפני ייבנו כל המשפטים המחייבים את p או את q , וכו'. כללים

מסמלת באופן שונה לגמרי (זה יחס-סימון שונה) ולכן גם הסמק בשיגי המקרים שונה לגמרי; רק הסימון, במקרה, משותף להם.

5.474 מספר פעולות התשתית הנתוצות תלוי רק בסימון שלנו.

5.475 כל מה שדרוש הוא שונבנה מערכת סימנים בעלת מספר מסוים של ממדים — בעלת ריבוי מתימטי מסוים.

5.476 ברור שהנידון כאן איננו מספר מושגי תשתית שיש למצוא להם סימנים, אלא ביטוי של כלל.

5.5 כל פונקציית-אמת היא תוצאה של יישום עוקב של הפעולה (--- ξ ---) על משפטי-יסוד.

פעולה זו שוללת את כל המשפטים בסוגריים השמאליים. אבנה אותה שלילת המשפטים הללו.

5.501 בסימן " ξ " אציין ביטוי שבסוגריים, שאיבריו הם משפטים וסדרם אינו משנה. " ξ " הוא משתנה שערכיו הם איברי הביטוי שבסוגריים. הקו מעל המשתנה משמעוהו היא, שהמשתנה מייצג את כללות הערכים שבסוגריים.

(אם P, Q, R הם שלושת הערכים של ξ אז $(\xi) = (P, Q, R)$)
ערכי המשתנה נקבעים על ידינו.

קביעתם היא תיאור המשפטים שהמשתנה מייצג.
אין זה חשוב כיצד מתרחש תיאור איברי הביטוי שבסוגריים. אנו יכולים להבחין בין שלושה אופני תיאור: 1. מנייה ישירה. במקרה זה יכולים אנו פשוט להחליף את המשתנה בערכיו הקבועים. 2. הצעת פונקציה f, x , שערכיה, עבור כל ערכי של x , הם המשפטים שעלינו לתאר. 3. הצעת חוק צורני שלפני המשפטים הללו בנויים. במקרה זה, איברי הביטוי שבסוגריים הם כללות איבריה של סדרת-צורות.

5.502 במקום " $(\xi) = (---\xi---)$ " אכתוב איפוא " $N(\xi)$ ".

5.524 אם נתונים האובייקטים, הרי בכך נתונים לנו כבר גם כל האובייקטים.

אם נתונים משפטי-היסוד, הרי בכך נתונים גם כל משפטי-היסוד. ax הוא אפ"י", כפי שעשה ראסל.

5.525 הוודאות, האפשרות, או אי-האפשרות של מצב-עניינים אינם ניתנים לביטוי במשפט, אלא בכך שהביטוי הוא טאוטולוגיה, משפט בעל מובן, או חתירה. התקדים, שעליו מבקשים תמיד להסתמך, חייב להימצא כבר במשפט עצמו.

5.526 אפשר לתאר את העולם בשלמות על ידי משפטים מוכללים לחלוטין, זאת אומרת, בלא להתאים מראש אף שם לאובייקט מסוים.

ואז, כדי להגיע לאופן הביטוי הרגיל, צריך רק, אחרי הביטוי "יש אחד ורק אחד ש...", להגיד: "זו היא a".

5.5261 ככל משפט אחר, משפט מוכלל לחלוטין הוא מורכב. (זה נראה בכך שב-" $\phi(x, \phi)$ " עלינו להוסיף בנפרד את "x" ואת " ϕ ". שניהם, בנפרד, עומדים ביחס-מצויין לעולם, כמו במשפט לא-מוכלל.) סימן ההיכר של סמל מורכב: יש לו משהו משותף עם סמלים אחרים.

5.5262 אמירותיו או שקורותיו של כל משפט משנה משהו במבנה הכללי של העולם. ומרחב-המשחק שמשאר מכלול משפטי-היסוד לבניינו של העולם הוא בדיוק המרחב המוגבל על ידי משפטים כלליים לגמרי.

(אם משפטי-יסוד הוא אמיתי, אז הרי זה, מכל מקום, עוד משפט אמיתי אחד.)

5.523 את זהות האובייקט אני מבטא על ידי זהות הסימן, ולא על ידי סימן-זהות, ואת שונותם של אובייקטים על ידי שונות הסימנים.

אלה הם שווי-ערך לסמלים ומוכנים משתתף בהם.

5.515 וכו', חייב להיות משפטים. וכך אמנם קורה, משום שהסמל "p" והסמל "q" מניחים-מראש את "v", "w", "x", וכו'. אם הסימן "p" שב-" $p \vee q$ " אינו מייצג סימן מורכב, אי אפשר שיהיה לו מובן לבדו; אבל אז גם לסימנים שוויו-המובן ל-"p", כגון " $p \vee q$ ", וכו', לא יכול להיות שום מובן. אך אם ל-" $p \vee q$ " אין מובן, אז לא יכול להיות מובן גם ל-" $p \vee q$ ".

5.5151 האם הסימן למשפט שלילי חייב להיבנות בעזרת הסימן למשפט חיובי? מדוע לא נוכל לבטא משפט שלילי על ידי עובדה שלילית? (למשל כך: אם "a" אינו עומד ביחס מסוים ל-"b", זה יכול לבטא, שמה שקורה אינו aRb.)

אבל גם כאן נבנה המשפט השלילי באופן עקיף על ידי משפט חיובי. משפט שלילי חייב להניח-מראש את קיומו של משפט חיובי, ולהיפך.

5.52 כשעורכי ξ הם כללות הערכים של הפונקציה fx עבור כל הערכים של x, אז $N(\xi) = \neg(3x).fx$.

5.521 אני מנתק את המושג כל מפונקציות-האמת. פרגה וראסל הנהיגו את מושג הכלליות מתוך קשר למכפלה חלוגית ולסכום חלוגי. כך נעשה קשה להבין את המשפטים " $(3x).fx$ " ו" $(x).fx$ ", שבהם משקועים שני המושגים.

5.522 מה שייחודי לסימני-הכלליות הוא, ראשית, שהוא מצביע על תמונה-ראשונית לוגית, ושנית, שהוא מבליט את הקבועים.

5.523 סימן הכלליות מופיע כארגומנט.

5.535 וכך אנו נפטרים גם מכל הבעיות שהיו כרוכות במשפטים מדומים אלה.

כאן נפתרות כבר כל הבעיות שהביאה איתה אקסיומת האינטוא של ראסל.

מה שהייתה אקסיומת האינטוא צריכה לומר, יתבטא בשפה על ידי מציאתם של אינסוף שמות בעלי משמעויות שונות.

5.5351 במקרים מסוימים אדם נוטה להתפתות להשתמש בביטויים שצורתם " $a=a$ " או "ק"ק" וכיו"ב. זה קורה כשרוצים לדבר על תמונות-דאשוריות כגון משפט, דבר, וכו'. כך ניסח ראסל,

"Principles of Mathematics" את דבר-החבל " q " הוא משפט" בסמל "ק"ק" ושם אותו כהנחה לפני משפטים מסוימים, כדי שבמקומות-הארגומנט שלהם אפשר יהיה להציב רק משפטים. (לשים את ההנחה ק"ק לפני משפט, כדי להבטיח צורה נכונה לארגומנטים שלו, זה כבר הבל, כי עבור ארגומנט שהוא לא-משפט ההנחה לא תהיה שקרית אלא חסרת-מובן, וכי המשפט עצמו יהיה חסר מובן עם ארגומנטים מסוג לא נכון. על כן המשפט מוגן על עצמו מפני ארגומנטים לא נכונים לא טוב יותר ולא רע יותר מאשר ההנחה ללא-מובן שסופחה אליו למטרה זו.)

5.5352 כמו כן היינו רוצים לבטא את "אין דברים" על ידי " $(\exists x).x=x$ ". אבל אפילו היה זה משפט, האם הוא לא היה אמיתי גם אילו 'היו דברים', אלא שהללו לא היו זהים עם עצמם?

5.54 בצורת-המשפט הכללית, משפט מופיע בתוך משפט רק בתור בסיס לפעולת-אמת.

5.541 במבט ראשון נדמה, שמשפט יכול להופיע במשפט אחר גם אחרת. במיוחד בצורת-משפט מסוימות שבפסיכולוגיה, כגון, "א" מאמין שקורה p , או "א" חושב p , וכו'. במבט שטחי נדמה לנו, כאילו כאן עומד המשפט p ביחס כלשהו לאובייקט A .

5.5301 ברור מאלו שזהות אינה יחס בין אובייקטים. זה צריך להיות

ברור מאוד כשחושבים, למשל, על המשפט " $\exists x.a=x$ ". מה שמשפט זה אומר הוא, פשוט, שרק a מספק את הפונקציה f , ולא, שרק אותם דברים, שיש להם יחס מסוים ל- a , מספקים את הפונקציה f .

אמנם יכולנו לומר שרק ל- a יש יחס זה ל- a , אך כדי לבטא זאת היינו זקוקים לסימון-זהות עצמו.

5.5302 הגדרתו של ראסל את " $=$ " אינה מספקת, כי לפיה אי אפשר לומר שיש אובייקטים שותפים בכל תכונותיהם. אפילו אם משפט זה אינו אמיתי לעולם, הרי יש לו מובן.)

5.5303 לומר על שני דברים שהם זהים, זה הבל, ולומר על דבר אחד שהוא זה לעצמו, זה לא אומר כלום.

5.531 לכן אני כותב " $a=b$ " אלא " $f(a,a)$ " או " $f(b,b)$ ", ולא " $f(a,b)$ " אלא " $f(a,b)$ "- $a=b$ "

5.532 וכיוצא בו לא " $x=y$ " אלא " $f(x,y)$ " אלא " $(\exists x).f(x,x)$ ", ולא " $x=x$ " אלא " $f(x,y)$ ". (כמובן, תחת ה- " $f(x,y)$ " של ראסל, אכתוב " $(\exists x).f(x,y)$ " ו- " $(\exists x,y).f(x,y)$ ".)

5.5321 וכך למשל, במקום " $\exists x.a=x$ ", נכתוב " $(\exists x).f(x,a)$ " וקמץ ל- " $f(x)$ ", יהיה ל- " $(\exists x).f(x)$ " אלא " $f(x)$ "

5.533 סימון-הזהות אינו, אם כן, מרכיב מהותי של כתב-המונחים.

5.534 עתה רואים אנו שמשפטים מדומים כגון, " $a=b$ ", " $a=c$ ", " $a=a$ " עתה רואים אנו שמשפטים מדומים כגון, " $a=b$ ", " $a=c$ ", " $a=a$ ", " $(\exists x).x=a$ ", " $(\exists x).x=x$ " וכו', אינם ניתנים כלל לכתבה בכתב-מונחים נכון.

5.55 עתה חייבים אנו להשיג, א פריורי, על השאלה בדבר כל צורותיהם האפשריות של משפטי-היסוד.

משפטי יסוד מורכבים משמות. אך איננו יכולים לתת את מספר כל השמות שמשתמעותיהם שונות, ולכן איננו יכולים גם לפרט את דרך הרכבתם של משפטי היסוד.

5.551 העקרונן שלנו הוא, שכל שאלה הניתנת להכרעה על ידי הלוגיקה, צריך שאפשר יהיה להכריעה מיד.

(אם אנו מגיעים למצב שבו חייבים אנו להתבונן בעולם כדי לענות על שאלה שכזו, הרי זה מראה שעלינו על דרך מוטעית מיסודה.)

5.552 ה'ניסיון' שאנו זקוקים לו כדי להבין את הלוגיקה איננו, שהמצב הוא כזה וכזה, אלא שמהו ישנו. אולם זה אינו ניסיון כלל.

הלוגיקה קודמת לכל ניסיון – שמהו הוא כד.

5.5521 שאם לא כן היה, כיצד היינו יכולים ליישם את הלוגיקה? אפשר לומר: אילו היתה לוגיקה גם אילולא היה עולם, כיצד יכולה להיות לוגיקה עכשיו שיש עולם?

5.553 ראסל אמר שיש יחסים פשוטים בין מספרי דברים (פרטים) שונים. אבל בין אילו מספרים? ואיך נכריע בכך? על ידי ניסיון? (אין מספר מיוחד.)

5.554 פירוט צורה מיוחדת כלשהי יהא שרירותי לחלוטין.

5.5541 היה צריך אז לפרט, א פריורי, האם יכול אני להיות, למשל, במצב שבו אזרקק לסימן לחס בן 27 מקומות, כדי לציין בו משהו.

5.5542 אך האם צריכים אנו, בכלל, לשאול זאת? האין אנו יכולים להעמיד צורת-סימן בלא לדעת אם יכול משהו להקביל לה?

(וכך אמנם נתפסו משפטים אלה בתורת-ההכרה החדשה של ראסל, מור וכו').

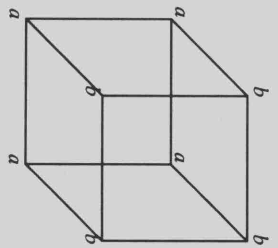
5.542 אך ברור ש" A " מאמין ש" p ", " A " חושב את " p ", " A " אומר " p " הם בעלי הצורה " p " אומר " p ". אין פה התאמה בין עובדה ובין אובייקט, אלא התאמה בין עובדות דרך ההתאמה בין האובייקטים שלהן.

5.5421 זה גם מראה שהנפש (הסובייקט, וכו'), כפי שהיא נתפסת בפסיכולוגיה השטחית של היום, אינה ולא כלום. נפש מורכבת שוב אינה נפש כלל.

5.5422 הסבר נכון של צורת המשפט " A " חרוץ את השיפוט " p " חייב להראות שאי אפשר לחרוץ שיפוט חסר-מובן. (תורת ראסל אינה מספקת דרישה זו.)

5.5423 לתפוס-בחושבים משהו מורכב פירושו, לתפוס שחלקיו מתחייבים באופן מסוים זה לזה.

זה גם מסביר שאת הצורה



אפשר לראות כקובייה בשני אופנים שונים, וכן את כל התופעות הדרומות, שהרי אנו רואים כד שתי עובדות שונות. (אם אני רואה תחילה את הפינות a , ואת b רק בחטף, אז a מופיע בחזית, ולהפך.)

להציעים מוכרח להוביל להבל גלוי.

5.6 **גבולות שפתי משמעם גבולות עולמי.**

5.61 הלוגיקה ממלאה את העולם: גבולות העולם הם גם גבולותיה. על כן, בלוגיקה, אין אנו יכולים לומר: זה ישנו בעולם, זה איננו. שהרי היה זה כאילו הנתנו מראש שאנו דוחים אפשרויות מסוימות; וזה לא יכול לקרות, כי אם על הלוגיקה להתבונן בגבולות העולם גם מן הצד השני, עלה לצאת אל מחוץ לגבולותיה. את מה שאיננו יכולים לחשוב, איננו יכולים לחשוב; על כן גם אין אנו יכולים לומר מה אין אנו יכולים לחשוב.

5.62 הערה זו נותנת את המפתח להכריע בשאלה, עד כמה הסולפיסיזם הוא אמת.

שהי **כוונתו** של הסולפיסיזם נכונה כולה, אך אין היא מניחה **שיאמרו** אותה; היא מראה את עצמה.

העולם הוא העולם שלי. זה מתגלה בכך שגבולותיה של השפה (השפה שרק אותה אני מבין) משמעם, גבולות העולם שלי.

5.621 העולם והחיים חד הם.

5.63 אני הנני עולמי. (המיקרוקוסמוס).

5.631 הסובייקט החושב, המדמה, אינו קיים.

אילו כתבתי ספר בשם "העולם", כפי שמצאתי, היה עלי לדווח ברגע על גופי, להגיד אילו איברים כפופים לרצוני ואילו לא, וכלי. הרי זו שיטה לבדד את הסובייקט, אגן, נכון יותר, להראות שבמובן חשוב אין סובייקט: שהרי רק עליו אין אפשרות לדבר בספר זה.

5.632 הסובייקט אינו שייך לעולם; הוא גבול העולם.

5.633 היכן תמצא סובייקט מטאפיזי **בתוך** העולם?

אומר אתה, המצב כאן דומה לגמרי למצב העין ושדה הראייה.

63

איננו יכולים לדבר על
הספרות

האם יש מובן לשאלה זו: מה צריך להיות, כדי שמשוהו יוכל לקרות?

5.555 ברור שיש לנו מושג של משפטי-יסוד, תהא צורתו הלוגית המיוחדת אשר תהא.

אך במקום שאפשר לבנות סמלים לפי מערכת, שם חשובה לוגיקה המערכת, ולא הסמלים הבודדים. ואיך מתאפשר לי, בלוגיקה, לטפל בצורות שאני יכול להמציא? לא כי, אלא אני יכול לטפל באתן צורות, המאפשרות לי להמציא אותן.

5.556 לא יכולה להיות היירארכיה בצורות של משפטי-יסוד. רק מה שאנו עצמנו בונים יכולים אנו לחזות מראש.

5.5561 הממשות האמפירית מוגבלת על ידי מכלול האובייקטים. הגבול חוזר ומתגלה במכלול משפטי-היסוד.

5.5562 לפי שיודעים אנו, מטעמים לוגיים טהורים, שמוכרחים להיות משפטי-יסוד, חייב לדעת זאת כל מי שמבין משפטים בצורות הלא-מונתחת.

5.5563 כל המשפטים בשפה הרגילה שלנו, כפי שהינם למעשה, הם בסדר גמור ומושלם מבחינה לוגית. אותו משוהו פשוט ביותר, שעלינו להציע כאן, איננו דיוקנה של האמת, אלא האמת השלמה עצמה. (בעיוותינו אינן מופשטות, אלא אולי הממשיות ביותר שבמצא).

5.557 הלוגיקה המיושמת מחליטה אילו משפטי-יסוד יש.

מה שכרוך ביישומה, אין הלוגיקה יכולה להניח-מראש. ברור: אסור ללוגיקה להתנגש ביישומה. אבל הלוגיקה חייבת לנוע ביישומה. על כל אסור ללוגיקה וליישומה לחפוף אהדדי.

5.5571 אם איני יכול להציע את משפטי-היסוד א פריורי, אזו הרצון

62

גם הצורה הכללית לפיה אפשר להפיק, על ידי פעולה, משפט אחד מתוך משפט אחר.

6.01 הצורה הכללית של פעולה $\Omega(\eta)$ היא איפוא $\bar{N}(\bar{\xi})$, $[\bar{\xi}]$, דרייני $[\eta, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$.

זוהי הצורה הכללית ביותר של מעבר ממשפט למשפט.

6.02 כך מוגיעים אנו למספרים. אני מודיר

$$x = Q^h x \quad \text{Def.}$$

$$\Omega^v \Omega^h x = \Omega^{v+h} x \quad \text{Def.}$$

לפי כללי הסימנים אכתוב את הסדרה

$$x, \Omega x, \Omega^2 x, \Omega^3 x, \dots$$

כך:

$$Q^h x, \Omega^{0+h} x, \Omega^{0+1+h} x, \Omega^{0+1+1+h} x, \dots$$

וכן במקום " $[\bar{x}, \bar{\xi}, \Omega \bar{x}]$ " אכתוב " $[\Omega^h x, \Omega^v x, \Omega^{v+h} x]$ " ואגדיר:

$$0 + 1 = 1 \quad \text{Def.}$$

$$0 + 1 + 1 = 2 \quad \text{Def.}$$

$$0 + 1 + 1 + 1 = 3 \quad \text{Def.}$$

וכן הלאה.

6.021 מספר הוא האקספוננט של פעולה.

6.022 מושג המספר אינו אלא מה שמושגת לכל המספרים, הצורה הכללית של מספר.

מושג המספר הוא המשתנה המספרי.

ומושג השוויון המספרי הוא הצורה הכללית של כל השוויונות המספריים המיוחדים.

6.03 הצורה הכללית של מספר שלם היא: $[0, \bar{\xi}, \bar{\xi}+1]$.

6.031 תורת הקבוצות מיותרת לגמרי במתימאטיקה.

זה תלוי בכך שהכללות, שאנו זקוקים לה במתימאטיקה, אינה הכלליות המקרת.

אבל הלווא את העין באמת אינך רואה.
מאומה בשדה הראייה אינו מניח לך להסיק ממנו, שהוא נראה לעין.

5.6331 הרי לשדה הראייה אין צורה מעין זו:



עין -

5.634 זה קשור בכך, ששום חלק של נסיונו אינו גם א פריורי.

כל מה שאנו רואים היה יכול להיות אחרת.

כל מה שאנו יכולים בכלל לחאר היה יכול להיות אחרת.

אין סדר דברים א פריורי.

5.64 כך רואים אנו, שכשנממשיכים את הסולפיסיים בקדקונות, הוא מתלכד עם ריאלים טהור. האני של הסולפיסיים מתכווץ לנקודה ללא גודל, ונשארת רק הממשות המצטרפת לו.

5.641 אמנם יש מובן אחד שבו הפולוסופיה יכולה לדבר על האני הלא-פסיכולוגי.

האני נכנס לפילוסופיה על ידי כך, ש"העולם הוא העולם שלי".
האני הפילוסופי אינו האדם, אינו גוף האדם, ואינו נשמת האדם, שבה דנה הפסיכולוגיה, אלא הוא הסובייקט המטאפיסי, גבולו - לא חלקו - של העולם.

6 הצורה הכללית של פונקציית-אמת היא: $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$.
זוהי הצורה הכללית של משפט.

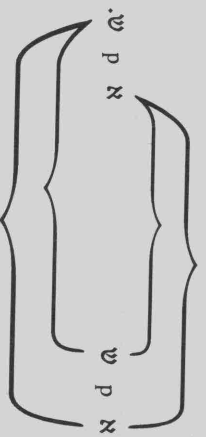
6.001 זאת אומרת, שכל משפט הוא תוצאת יישום עוקב של הפעולה $N(\bar{\xi})$ למשפטי-יסוד.

6.002 אם נתונה הצורה הכללית שלפיה בנוי משפט, נתונה כבר עם זאת

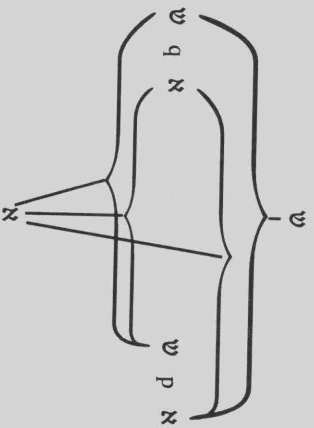
"q" ו"p" הקשורים זה בזה בצורה "(q):(p)כ" יוצרים טאוטולוגיה מראת, ש"q נובע מ"p ו"qכ"כ. זה ש"fa:כ:fa(x) הוא טאוטולוגיה מראת, ש"fa נובע מ"fa(x) וכלי וכו'.

6.1202 ברור, שלאותה מטרר אפשר להשתמש גם בסתירות, במקום בטאוטולוגיות.

6.1203 לזיהוי טאוטולוגיות תשמעונו (במקדים שסימון הכלליות אינו מופיע בטאוטולוגיה) שיטה פשוטה זו: במקום "p", "q", "r", וכו' אכתוב "אקש", "אקש", "אקש", וכו'. את צירופי-האמת אבטא על יד סוגרים, למשל:



ההתאמות בין אמיתות או שקריות של המשפט כולו ובין צירופי-האמת של אורגומטי-האמת שלו יוצגו בקווים, כדלהלן:



הסימן שלעיל, למשל, מציג את המשפט qכ"כ. עכשיו אבדן אם המשפט (p~)~ (חוק הסתירה) הוא טאוטולוגיה או לא. בסימונו, נכתבים את הצורה "q~כ"כ":

6.1 משפטי הלוגיקה הם טאוטולוגיות.

6.11 משפטי הלוגיקה אינם אומרים, על כן, מאומה. (אלו הם המשפטים האנאליטיים.)

6.111 תיאוריות, הנרמזות למשפט לוגי להיראות כבעל תוכן, הן תמיי שקריות. אפשר שנאמין, למשל, שהמלים "אמת" ו"שקר" מציינות שתיים מבין התכונות, ואז זה ידמה לנו כעובדה מופלאה, שלכל משפט יש אחת משתי התכונות הללו. תופעה זו תידמה לנו אז כה בלתי-מונבנת-מאליה, כמו שהמשפט "כל השושנים הן צהובות או אדומות", שאפילו היה אמיתי, לא היה מצלצל כמונבן מאליו. אכן, המשפט הלוגי יקבל אופי של משפט במדעי הטבע, לגמרי, וזה סימן מובהק לכך שהוא נתפס לא-נכון.

6.112 הנדרה נכונה של משפטים לוגיים חייבת לתת להם מקום מיוחד בין כל המשפטים.

6.113 קו-ההיכר המיוחד למשפטים לוגיים הוא, שאמיתותם ניכרת בסמל לבדו; עובדה זו מכילה את כל הפילוסופיה של הלוגיקה. וכן זו אחת העובדות החשובות ביותר, שאמיתותם או שקריותם של משפטים לא-לוגיים אינה ניכרת בסמל לבדו.

6.12 משפטי הלוגיקה הם טאוטולוגיות, זאת מראת התכונות הצורניות – הלוגיות – של השפה, של העולם. מה שמאפיין את הלוגיקה של חלקי המשפט הוא, שקישורים כד יוצר טאוטולוגיה.

כדי שמשפטים הקשורים באופן מסוים יוכלו ליצור טאוטולוגיה, צריך שתהיינה להם תכונות מבניות מסוימות. על כן, כשקישורים כד יוצר טאוטולוגיה, זה מראה שיש להם תכונות מבניות אלה.

6.1201 למשל, זה שהמשפטים "p" ו"p~" יוצרים טאוטולוגיה בהקשר "(p~)~" מראה, שהם סותרים זה את זה. זה שהמשפטים "p",

אם נחלקי כאן את ה"q" ב"p" ונבדוק את הקשר של ה"א" וה"ש" החיצוניים ביותר עם הפנימיים ביותר, ניווכח שאמיתות המשפט כולו מתאימה לכל צירופי-האמת של האורגנומים שלו, ושקרות המשפט אף לא לאחד מהם.

6.121 בזאת מגלים משפטי הלוגיקה את תכונותיהם הלוגיות של משפטים: הם קושרים אותם כך, שהם נעשים למשפטים שאינם אומרים מאומה.

לשיטה זו אפשר גם לקרוא "שיטת האפס". במשפט לוגי מובאים משפטים לידי שיוויון-משקל הדדי, ומצב שיווי המשקל מורה מה חייב להיות טיבם הלוגי של המשפטים הללו.

6.122 מכאן נובע שאנו יכולים להסתדר גם בלי משפטים לוגיים, כי בסיוון הולם, נוכל להכיר את תכונותיהם הצורניות של משפטים בסקירה בלבד.

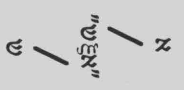
6.1221 למשל, אם שני המשפטים "p" ו"q" יוצרים בהקשר "pq" טאוטולוגיה, אז ברור ש"q" נובע מ"p".

למשל, ש"q" נובע מ"pq" או רואים מתוך שני המשפטים הללו עצמם, אך יכולנו להראות זאת גם על ידי קישורם כך שייעשו למשפט "p:q", ואז להראות שהוא טאוטולוגיה.

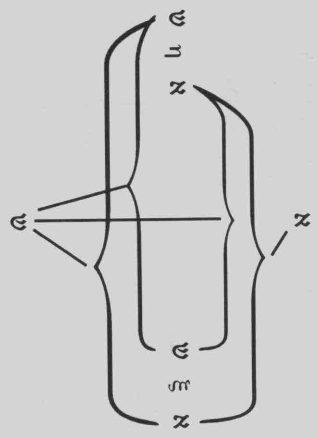
6.1222 זה זורה אור על השאלה, מדוע הניסיון אינו יכול לאשש משפטים לוגיים או להפריכם. לא זו בלבד שמשפט לוגי אסור שיהיה בר-הפרכה על ידי שום ניסיון אפשרי, אלא עליו להיות גם בלתי-ניתן לאישוש בניסיון.

6.1223 עתה מתברר מדוע לפרקים מרגישים אנו, שאנו יכולים 'לדרוש' את אמיתות הלוגיקה: אכן אנו יכולים לדרוש ככל שאנו יכולים לדרוש שיטת-סימון מספקת.

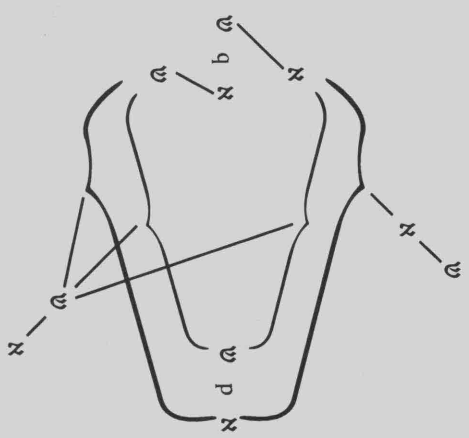
6.1224 עוד מתברר עתה מדוע נקראה הלוגיקה "תורת הצורות" ו"תורת החיסקים".



ואת הצורה "ת:ש" כך:



על כן המשפט (q-p)~ "ראה כך:



6.1251 לכן לא תיתכנה, לעולם הפתעות בלוגיקה.

6.126 אפטר לחשב אם משפט שייד ללוגיקה על ידי חישוב תכונותיו הלוגיות של **הסמל**.

זאת אנו עושים כשאנו 'מוכיחים' משפט לוגי. בלא לטרוח במובן או במשמעות, אנו בונים אז משפט לוגי מתוך משפטים לוגיים אחרים, לפי כללי-סימנים בלבד.

טיבה של הוכחה משפטים לוגיים הוא בכך, שאנו מפקים אותם ממשפטים לוגיים אחרים על ידי יישום עוקב של פעולות מסוימות, פעולות המייצרות תמיד טאוטולוגיות נוספות מהללו הנתונות. (ואכן, מטאוטולוגיה נובעות רק טאוטולוגיות).

אופן הוכחה זה, שמשפטי הלוגיקה הם טאוטולוגיות, אינו מהותי כלל ללוגיקה, כמובן; כבר מפני שהמשפטים, שמהם מתחילה ההוכחה, חייבים להראות שהם טאוטולוגיות, בלי הוכחה.

6.1261 בלוגיקה התהליך והתוצאה הם שוויו-ערך (לכן אין הפתעה).

6.1262 הוכחה בלוגיקה היא רק אמצעי מכאי להקל על הכרת הטאוטולוגיה, כשהיא מסובכת.

6.1263 היה זה מופלא מדי, אילו יכלנו להוכיח לוגית (ממשפטים אחרים) גם משפט בעל משמעות, וגם משפט לוגי. ברור מראש שהוכחה לוגית של משפט בעל משמעות, והוכחה בלוגיקה, חייבים להיות שני דברים שונים לגמרי.

6.1264 משפט בעל משמעות מביע משתן, והוכחתו מראה, שאכן כן הוא. בלוגיקה, כל משפט הוא צורתה של הוכחה.

כל משפט בלוגיקה הוא מודוס פונגוס מוצג בסימנים. (את מודוס פונגוס אי אפשר לבטא במשפט.)

6.1265 תמיד אפשר לתפוס את הלוגיקה כך, שכל משפט יהא הוכחתו-שלו.

6.127 לכל משפטי הלוגיקה מעמד שווה. אין ביניהם כאלה שהם במהותם

71

6.123 חוקי הלוגיקה אינם צריכים להיות כפופים לחוקים לוגיים נוספים.

(אין חוק סתירה לכל טיפוסים, כפי שחשב ראסל; אחד יספיק, כיוון שאין הוא חל על עצמו.)

6.1231 המאפיין את המשפט הלוגי איננו תוקפו הכללי.

להיות כללי אינו אלא להיות תקף, במקרה, לגבי כל הדברים. משפט לא-מוכלל יכול להיות טאוטולוגי ממש כמו משפט מוכלל.

6.1232 לתוקף-כללי לוגי אפשר לקרוא "מהותי", בניגוד לתוקף-הכללי המקורי, כגון זה של המשפט "כל בני האדם הם בני תמותה". משפטים מעין אקסיומת ההעמדה של ראסל אינם משפטים לוגיים, מה שמסביר את הדגשתנו שאם משפטים אלה הם אמיתיים, אין הם יכולים להיות אמיתיים אלא בעטיו של מקרה מוצלח.

6.1233 אפשר לחשוב על עולם שבו אקסיומות ההעמדה אינה תקפה. אבל ברור שללוגיקה אין כל שייכות לשאלה, אם עולמנו הוא אכן עולם כזה או שאינו כזה.

6.124 המשפטים הלוגיים מתארים את פיגמונו של העולם, אגן, נכון יותר, הם מציגים אותו. אין הם 'דנים' במאומה. הם מניחים מראש שלשמות יש משמעות, ולמשפטי-יסוד, מובן: זהו קישורם לעולם. ברור, שאם קישורו-סימלים מסוימים – שיש להם במהותם אופי מסוים – הם טאוטולוגיות, זה חייב להורות על משהו בעולם. כאן טמון העיקר. אמרנו, שבסמלים שאנו משתמשים בהם יש משהו שרירותי ומשהו שאינו שרירותי: רק זה האחרון מכונסא בלוגיקה. דהיינו, בלוגיקה לא אנו מבטאים את אשר אנו חפצים, בעזרת סימנים, אלא טבע הסימנים ההכרחיים-מטבעם הוא המדבר בלוגיקה. אם אנו יודעים את תחבירה הלוגי של שפת-סימנים כלשהי, אזי כבר נתונים לנו כל משפטי הלוגיקה.

6.125 אפשר (גם לפי החפיסה הישנה של הלוגיקה) לתאר את כל משפטי הלוגיקה ה'אמיתיים', מראש.

70

6.231 זוהי תכונה של החיוב, שניתן לתפסו כשלילה כפולה.
זוהי תכונה של "1+1+1" שניתן לתפסו כ-"(1+1)+1".

6.232 פרגה אמר שלשני הביטויים יש אותה משמעות, אך מובנים שונים.

אבל מה שמהותי למשוואה הוא, שאין צורך בה כדי להראות שלשני הביטויים הקשורים בסימן-השוויון יש אותה משמעות, שכן ניתן לראות זאת בשני הביטויים הללו עצמם.

6.2321 היכולת להוכיח את משפטי המתמטיקה אין משמעה אלא זאת: ניתן לראות את נכונותם בלא שגצטרך להשוות את מה שהם מבטאים עם העובדות, כדי להוכיח בנכונותו.

6.2322 אי אפשר לטעון לזרות-המשמעות של שני ביטויים. כדי שאוכל לטעון משהו על אודות משמעותם, עלי לדעת את משמעותם, ובירדעי את משמעותם, יודע אני אם יש להם אותה משמעות, או משמעויות שונות.

6.2323 משוואה מאפיינית רק את הנקודה שממנה אני מביט בשני הביטויים, דהיינו, נקודת המבט של זהות משמעויותיהם.

6.233 על השאלה, האם יש צורך בהתבוננות כדי לפתור בעיות מתמטאיות, יש להשיב עתה כך: השפה עצמה מספקת את ההתבוננות הדרושה כאן.

6.2331 תהליך החישוב מתווך בהשגת התבוננות זו.
חישוב אינו ניסוי.

6.234 המתמטיקה היא שיטה של הלוגיקה.
6.2341 המהותי בשיטה המתמטאית הוא העבודה במשוואות. שיטה זו היא הסיבה לכך שכל משפט של המתמטיקה חייב להיות מובן מאליו.

הוקי-תשתית, או משפטים נגזרים.
כל טאוטולוגיה מראה בעצמה שהיא טאוטולוגיה.

6.1271 ברור שמספר 'הוקי-התשתית הלוגיים' הוא שרירותי, כי ניתן לגזור את הלוגיקה מחוקי-תשתית אחד, למשל, על ידי שנוחבר בכפל לוגי את כל חוקי-התשתית של פרגה לחוק אחד. (פרגה אולי היה אמור שחוקי-תשתית זה שוב אינו ברור-מאליו בלא מיצונו. אך מופלא הוא שהוגה כה דייקן כפרגה נזקק לדוגמת הברירות-מאליה כקנה-מידה למשפט לוגי.)

6.13 הלוגיקה אינה תורה, אלא תמונת-מראָה של העולם.
הלוגיקה היא טרנסצנדנטאלית.

6.2 המתמטיקה היא שיטה לוגית.
משפטי המתמטיקה הם משוואות, ועל כן משפטים מדומים.
6.21 משפט במתמטיקה אינו מבטא מחשבה.

6.211 מה שאנו זקוקים לו בחיים, לעולם אינו משפט מתמטאטי. אנו מנצלים משפט מתמטאטי רק כדי להסיק משפט שאינו שייך למתמטיקה ממשפטים אחרים, שאף הם אינם שייכים למתמטיקה.

(השאלה: "לשם מה, בעצם, משתמשים אנו במלה זו, במשפט זה?" מובילה בפילוסופיה בכל פעם להארה רבת-עיד.)
6.22 את הלוגיקה של העולם מראים משפטי הלוגיקה בטאוטולוגיות, והמתמטיקה במשוואות.

6.23 ששני ביטויים קשורים בסימן השוויון, פירושו, שניתן להמירם זה בזה. אך האם אמנם כך הוא – זה צריך להיות גלוי מתוך שני הביטויים הללו עצמם.
הרשות להמיר שני ביטויים זה בזה היא אפיון של צורתם הלוגית.

6.341 המכאניקה של גיוטון, למשל, מתארת את העולם בצורה מאחדת.

נחשוב על משטח לבן המנומר בכתמים שחורים לא-סדיריים. עתה נאמר: תהא התמונה העולה מכך אשר תהא, תמיד אוכל להתקרב לתאורה כרצוני, על ידי שאכסה את המשטח ברשת צפופה כנדרש, ואגיד על כל ריבוע אם הוא לבן או שחור. באופן זה תיארתי את המשטח בצורה מאחדת. צורה זו היא שרירותית, כי יכולתי להשיג אותה תוצאה ברשת בעלת חורים משולשים או משושים. תיאור בעזרת רשת שחוריה משולשים היה אולי פשוט יותר, כלומר, בעזרת רשת גסה שחוריה משולשים יכולנו לתאר את המשטח ביתר דיוק מאשר בעזרת רשת צפופה שחוריה מרובעיים (או להפך), וכי. הרשתות השונות מקבילות למערכות שונות של תיאור-עולם. המכאניקה קובעת צורה אחת של תיאור-עולם בכל שהיא אומרת: כל המשפטים של תיאור-העולם חייבים להתקבל באופן ידוע מתוך קבוצה אחת של משפטים נתונים – האקסיומות של המכאניקה. בכך מספקת היא את אבני-הבניין לבניית היכל המדע, ואומרת: יהא הבניין שתדעצה לבנות אשר יהא, עליו להבנות, בדרך כלשהי, מאבני-בניין אלה, ורק מהן.

6.342 ועתה רואים אנו את הניגוד שבין הלוגיקה והמכאניקה. (אפשר שברשת יהיו גם כמה סוגים של חורים, למשל, משולשים ומשושים.)

אין זה אומר מאומה על תמונה, כגון זו הנזכרת לעיל, שניתן לתאר אותה על ידי רשת בעלת צורה נתונה (שהלא כך הוא לגבי כל תמונה ממין זה). אולם התמונה מאופיינת בזאת, שניתן לתאר אותה, על ידי רשת מסוימת בצפיפות מסוימת בשלמות. כך גם אין זה אומר מאומה על העולם, שניתן לתארו על ידי המכאניקה הניוטונית. רק זה אומר משהו: שניתן לתאר את העולם באופן הנזכר כן, כפי שקורה. גם זה אומר משהו על אודות העולם, שהוא ניתן לתיאור פשוט יותר על ידי מכאניקה אחת מאשר על ידי אחרת.

6.241 כדי להגיע למשוואותיה משתמשת המתמטיקה בשיטת ההמרה.

משוואות מבטאות את היותם של שני ביטויים בני-המרה. אנו מתדקמים ממספר משוואות למשוואות חדשות בכך שאנו ממירים ביטויים בביטויים אחרים, בהתאם למשוואות.

2x2=4 המשפט
Def, $\Delta^2 x = \Delta^{2n} x$
 $\Delta^2 x = (\Delta^2)^2 x = \Delta^2 \cdot \Delta^2 x = \Delta^{2+2} x = \Delta^4 x$
 $\Delta^2 x = \Delta^2 \Delta x = \Delta^2 \Delta x = \Delta^4 x$

6.3 תקירת הלוגיקה, משמע, תקירת כל חוקיות מחוץ ללוגיקה הכל מקרי.

6.31 מה שמכונה בשם "חוק האגידה" אינו יכול בשום אופן להיות חוק לוגי, כי ברור וגלוי שהוא משפט בעל משמעות. ולכן אף אין הוא יכול להיות חוק א פרורי.

6.32 חוק הסיבתיות אינו חוק, אלא צורה של חוק.

6.321 'חוק הסיבתיות' הוא שם סוג. כמו שבמכאניקה יש, נאמר, חוקי-מינימום (כגון חוק הפעולה המזערית) כך בפסיקה יש חוקי-סיבתיות, חוקים שצורתם סיבתית.

6.3211 היה לנו מושג, שחייב להיות איזה חוק פעולה מזערית, עוד בטרם ידענו בדיוק מה הוא. (כאן, כמו תמיד, מתגלה הוודאות א פרורי כמשהו לוגי טהור.)

6.33 אין אנו מאמינים, א פרורי, בחוק שימור, אלא יודעים אנו, א פרורי, את אפשרותה של צורה לוגית.

6.34 כל אותם משפטים דוגמת חוק הטעם המספיק, חוק הרציפות בטבע, חוק המאמץ המזערי בטבע, וכי' וכי, כל אלה הם תובנות לגבי הצורה שאפשר לתת לחוקים במדעי הטבע.

6.36111 הבגיה של קאנט לגבי יד ימין ויד שמאל, שאי אפשר להביאן ליד תפיפה, קיימת גם במישור, ואפילו בחלל חד-ממדי יש שתי דמויות שוות-צורה, א' ו'ב, שאי אפשר להביאן לידי תפיפה בלא להוציאן מחוץ לאותו חלל:



אכן, יד ימין ויד שמאל הן שוות-צורה לגמרי, ואין זה נוגע כלל לאי יכולתנו להביאן לידי תפיפה.

אילו יכולנו להפוך את הכפפה הימנית במרחב ארבע-ממדי, אפשר היה ללכובש אותה על יד שמאל.

6.362 הניתן לתיאור יכול גם להרחיש, ומה שחוק הסיבתינות אמור לאסור, אינו ניתן גם לתיאור.

6.363 תהליך האינדוקוציה טיבו בכך, שאנו מניחים את החוק הפשוט **ביתר** שאפשר להביאו לכלל התאמה עם התנסויותינו.

6.36311 אולם לתהליך זה אין כל טעם לוגי, אלא פסיכולוגי בלבד. ברור, שאין לנו שום טעם להאמין, שהמקרה הפשוט ביותר הוא אשר יקרה בעליל.

6.36311 שהשמש תזרח מחר, זו השערה; ופירושו של דבר, שאיננו יודעים אם היא תזרח.

6.37 לא קיים כורח המאלץ מאורע אחד לקרות מפני שמאורע אחר קרה. יש רק הכרחיות אחת: **לוגית**.

6.371 השקפת העולם המודרנית כולה מבוססת על האשליה, שאלה הקרויים 'חוקי טבע' מסבירים את תופעות הטבע.

6.372 וכך הם עומדים לפני חוקי הטבע כמו היו אלה בלתי ניתנים

77

6.343 המכאניקה היא ניסיון לבנות את כל המשפטים האמיתיים, שאנו זקוקים להם לשם תיאור העולם, לפי תוכנית אחת.

6.3431 מבעד לכל המנגנון הלוגי מדברים חוקי הפיסיקה, בכל זאת, על האובייקטים של העולם.

6.3432 אסור לשכוח שתאיור-העולם על ידי המכאניקה הוא תמיד כללי לחלוטין. לעולם לא מדובר בו, למשל, על נקודות חומר **מסוימות** אלא תמיד על נקודות **אילו שיהן**.

6.35 אף על פי שהכתמים בתמונה ה"ל" הם צורות גיאומטריות, מובן מאלי שהגיאומטריה אינה יכולה לומר כלום על צורתם ומקומם למעשה. הרשת, לעומת זאת, היא גיאומטרית **טהורה**, ואפשר למנות את כל תכונותיה א פריורי.

חוקים מעין חוק הטעם המספיק ור"ב דנים ברשת, לא במה שהרשת מתארת.

6.36 אילו היה חוק-סיבתינות, הוא היה נשמע כך: "יש חוקי טבע". אבל את זה, כמובן, אי אפשר לומר: זה מראה את עצמו.

6.3611 במונחיו של הרץ אפשר היה לומר: **ניתן לחשוב** רק הקשרים **המציינים לחוק**.

6.3611 אין אנו יכולים להשוות תהליך עם 'זרימת הזמן' (אין דבר כזה), אלא רק עם תהליך אחר (כמון מהלכו של שעון).

לכן רק מתוך הישענות על תהליך אחר יכולים אנו לתאר את חלוף הזמן.

הוא הדיו בחלל. כשאומרים, למשל, שאף אחד משני מאורעות (המוצגים זה את זה) אינו יכול להתרחש, כי אין שום סיבה מדוע יתרחש האחד ולא האחר, הרי בעצם העניין הוא בכך, שאין אנו יכולים לתאר כלל אחד משני המאורעות כשאין אסמטריה במצא. אך אם יש אסמטריה שכזו, אז יכולים אנו לתפוס אותה כסיבה להתרחשותו של האחד ולא-התרחשותו של השני.

76

מה שעושה את העולם ללא-מקרי אינו יכול להיות בתוך העולם, שכן אז הוא היה, חרף זאת, שוב, מקרי. הוא חייב להימצא מחוץ לעולם.

6.42 לכן גם אי אפשר שיהיו משפטי אמתקה.

משפטים אינם יכולים לבטא מאומה ממה שלעילא.

6.421 ברור, שהאמתקה אינה מניחה שיבטאו אותה.

האמתקה היא טרנסצנדנטאלית.

(אמתקה ואסתטיקה חד הם.)

6.422 מחשבתנו הראשונה עם כינונו של חוק אתי שצורתו "חובה עליד..." היא: "ומה אם לא אעשה זאת?". אולם ברור שלאמתקה אין כל שייכות לשכר ועונש במונח הרגיל. לכן השאלה על תוצאות הפעולה חייבת להיות בלתי-חשובה. – לפחות, תוצאות אלה צריכות לא להיות מאורעות, כי בהעמדת השאלה חייב בכל זאת שיהיה משהו נכון. צריך להיות איזשהו סוג של שכר ועונש אחייים, אך אלה חייבים להימצא בפעולה עצמה.

(וגם זה ברור, שהשכר מוכרח להיות משהו נעים, והעונש, בלתי-נעים.)

6.423 על הרצון כבעל התכונות האחריות מן הנמנע לדבר.

והרצון כתופעה מעניין רק את הפסיכולוגיה.

6.43 כשהרצון הטוב, או הרע, משנה את העולם יכול הוא לשנות את

גבולות העולם בלבד, לא את העובדות; לא את מה שיוכל להתבטא

בשפה.

בקיצור, על העולם כולו להיחפך על ידי כך לאחר. כביכול, חייב

הוא לחדול או לגדול מחדש, כל-כול.

עולמו של המאושר ועולמו של האומלל עולמות שונים הם.

6.431 כמו גם במוות, העולם אינו משתנה, אלא חֹדֵל.

לערוער, כמו שעמדו אבותיהם לפני האלהים ולפני הגורל. ושי המחנות צודקים, וגם טעות בדיהם. ככלל, השקפתם של הקדמונים ברורה יותר, כיוון שהם הכירו בנקודת-סיים ברורה להסברים, ואילו במערכת המודרנית נדמה שהכל ניתן לחסבר.

6.373 העולם אינו תלוי ברצוני.

6.374 גם אם כל מה שרצינו היה מתגשם, גם אז היה זה חסד הגורל, כביכול, מפני שבין הרצון ובין העולם אין קשר לוגי שיבטיח את

התוצאה. ובאשר לקשר הפיסיקאלי שאת קיומו אנו מניחים, הרי אותו גופא לא היינו יכולים לרצות.

6.375 כשם שיש רק הכרחיות לוגית, כך יש רק אי-אפשרות לוגית.

6.3751 למשל, אי-אפשר ששני צבעים ימצאו באותו זמן במקום אחד בשדה הראייה, ואכן, זה בלתי-אפשרי לוגית, כי דבר זה נאסר על ידי המבנה הלוגי של הצבעים.

הבה נחשוב כיצד תוצג סתירה זו בפסיקה: בעודך כך, שלחלקיק לא יכולות להיות שתי מהירויות באותו זמן; כלומר, שאין הוא יכול להימצא באותו זמן בשני מקומות; כלומר, שחלקיקים הנמצאים במקומות שונים בזמן אחד אינם יכולים להיות זהים.

(ברור, שהמכפלה הלוגית של שני משפטי-יסוד אינה יכולה להיות לא טאוטולוגיה ולא סתירה. הטענה, שלנקודה אחת בשדה הראייה יש שני צבעים שונים ברבזמן, היא סתירה.)

6.4 כל המשפטים הם שוויו-ערך.

6.41 מובנו של העולם חייב להימצא מחוצה לו. בעולם הכל הוא פני שהינו, וכל מה שקורה, קורה כפי שהוא קורה. זו אין שום ערך, ואילו היה בו ערך, לא היה לו כל ערך.

אם קיים ערך שיש לו ערך, חייב הוא להימצא מחוץ לכל מה שקורה, מחוץ למה שהינו-כדי, מפני שכל מה שקורה והינו-כדי הוא מקרי.

6.522 אנו חשים שגם אם כל השאלות המדעיות האפשריות תיענינה, שאלות חיינו תישארה עזיז כולן בעינינו. כמובן שלא תישאר אז שום שאלה, זוהי, בדיוק, התשובה.

6.521 את פתרון בעיית-החיים נראה בהיעלמותה של בעיה זו.

(האין זה הטעם שבשלו אנשים, שלאחר ספק ממושך נתברר להם מובן החיים, לא היו מסוגלים לומר, מה טיבו של מובן זה?)

6.522 הלא-יִיאָמֵר, לבטח, ישנו. הוא מראה את עצמו; הוא-הוא המיסטי.

6.53 השיטה הנכונה בפילוסופיה תהא, אכן, זו: לא לומר אלא את מה שניתן להיאמר, כלומר, משפטים ממדעי הטבע, כלומר, משהו שאין לו כל שייכות לפילוסופיה, ואז, כשמשהו אחר ירצה לומר משהו מטאפיסי, להוכיח לו שהוא לא נתן משמעות לסימנים מסוימים במשפטינו. שיטה זו לא תמצא חן בעיני אותו אחר – לא תהיה לו ההרגשה שלמדנו אותו פילוסופיה – אך זו השיטה היחידה הנכונה במדויק.

6.54 משפטים אלה שלי מבהירים משהו בכך, שמי שמבין אותי מכיר, בסופו של דבר, שהם חסרי מובן. דרכם, וכאמצעותם, הוא יטפס אל מעבר להם. (הוא חייב, כביכול, לזרוק את הסולם לאחר שטיפס עליו.)

עליו להתגבר על המשפטים הללו, ואז יראה את העולם נוחת. 7
מה שאי אפשר לדבר עליו, על אודותיו יש לשתוק.

6.4311 המוות אינו אחד ממאורעות החיים. את המוות אין אנו חווים. אם נבין את הנצה לא כמשד'זמן אינסופי אלא כאי-זמניות, הרי מי שחי בהווה חי בנצח.

חיינו הם ללא-קץ ממש כמו שדה הראייה שלנו, שהוא ללא-גבולות.

6.4312 אלמותיות נשמת האדם בתוך הזמן, כלומר, הישארותה הנצחית בחיים גם לאחר המוות, לא זו בלבד שהיא הנחה שאינה מובטחת בשום אופן, אלא, מעל לכל, גם אין היא משיגה מאומה ממה שתמיד רצו להשיג על דיה. האם איזו חידה נפתרת על ידי כך שאחיה לתמיד? האין חיים נצחיים אלה חידתיים ממש כמו חיינו עכשיו? פתרון חידת החיים כחלל בזמן מונחת מחוץ לחלל ולזמן.

(לא בעיות מדע הטבע הן אלה, שעלינו לפתור.)

6.432 איך הוא העולם, אין בכך כל הבדל לגבי מה שלעילא. אלוהים אינו מתגלה בתוך העולם.

6.4321 העובדות שייכות כולן אך ורק למסלה, לא לפתרון.

6.44 לא אף הוא העולם, הוא המיסטי, אלא זה, שהוא ישנו.

6.45 המתבונן בעולם מבחינת הוצה מתבונן בו כבשלים – מוגבל. תחושת העולם כשלם מוגבל הוא המיסטי.

6.5 לתשובה שאיננו יכולים לבטאה, גם השאלה אינה בת-ביטוי. החידה איננה.

אם שאלה ניתנת בכלל לניסוח, ניתנת היא גם למענה.

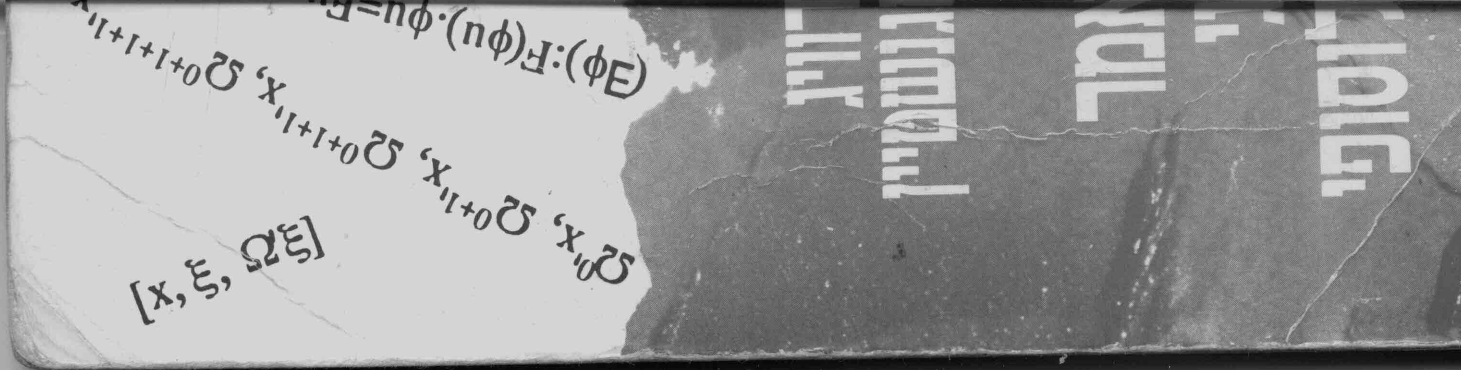
6.51 לא שאין לסתור את הספקנות, אלא שהיא הסודת-מובן, לבטח, אם היא מבקשת להטיל ספק במה שאי אפשר לשאול עליו. שהרי ספק יכול להתקיים רק במקום שקיימת שאלה; שאלה קיימת רק במקום שקיימת תשובה, ושניהם, רק במקום שמשנה יכול להיאמר.

מילון מונחים

Abbilden: לתכן	Gegenstand: אובייקט
Abbildung: תימות	Weise: אופן
Andeuten: לציין	Axiom of Reducibility: אקסיומת התלמות
Anwendung: יישום	Ausdruck: ביטוי
Artikuliert: מובנה	Basis: בסיס
Ausdruck: ביטוי	Einleuchtend: ברור
Axiom of Reducibility: אקסיומת התלמות	Ding: דבר
Basis: בסיס	Projektion: היטל
Bedeutung: משמעות	Substitution: תמורה
Beibehalten: תבונה	Übereinstimmung: תאמה
Behaupten: לטעון	Darstellung: תצגה
Bezeichnen: לציין	Verbindung: קרקת
Circulus Vitiosus: מעגל ממואיר	Zuordnung: תאמת
Darstellung: תצגה	Grundgesetz: חוק-תשתית
Ding: דבר	Umsinn: תבן, תכל
Einführen: לתהיג	Grund: טעם
Einleuchten: ברור	Wahrheitsgründe: טעמי-תאמת
Element: יסוד	Anwendung: יישום
Elementarsatz: תוספת-יסוד	Element: יסוד
Entsprechen: להקביל	Begriffsschrift: כתב-תוסעים
Fall: מה שקורה	Zeigen: על
Gegenstand: אובייקט	Einführen: לתהיג
Grund: טעם	Entsprechen: להקביל
Grundbegriff: תושג-תשתית	Zeigen: לתראות
Grundgesetz: חוק-תשתית	Behaupten: לטעון
Kombination: חיבור	los: אלו
Komplex: מורכב	Andeuten, Bezeichnen: לציין
Konfiguration: תבנית	Abbilden: לתכן
los: אלו	Fall: מה שקורה

Merkmal: קורתכר	Sinn: מובן
Methode: שיטה	Artikuliert: מובנה
Notation: שיטה-סימן	Komplex, Zusammengesetzt: מורכב
Projektion: היטל	Grundbegriff: מושג תשתיתי
Realität: ממשות	Realität: ממשות
Sachlage: מצב-עניינים	Circulus Vitiosus: מעגל ממצאי
Sachverhalt: מצב-דברים	Sachverhalt: מצב-דברים
Satz: משפט	Sachlage: מצב-עניינים
Satzzeichen: פסוק	Wirklichkeit: מציאות
Sinn: מובן	Bedeutung: משמעות
Substanz: עצם	Satz: משפט
Substitution: המרה	Elementarsatz: משפט-יסוד
Tatsache: עובדה	Notation: שיטה
Übereinstimmung: הסכמה	Zeichen: סימן
Unsinn: חסר מובן, הבל	Urzeichen: סימן ראשוני
Urteil: תמונה ראשונית	Tatsache: עובדה
Urzeichen: סימן ראשוני	Welt: עולם
Verbindung: קישור, הקשר	Substanz: עצם
Wahrheitsgründe: סעמי-האמת	Wahrheit: אמת
Weise: אופן	Satzzeichen: פסוק
Welt: עולם	Kombination: צירוף
Wirklichkeit: מציאות	Zug: קו-אופי
Zeichen: סימן	Merkmals: קורתכר
Zeigen: להראות, על, להורות	Verbindung: קישור
Zug: קו-אופי	Methode: שיטה
Zuordnung: התאמה	Notation: שיטה-סימן
Zusammengesetzt: מורכב	Konfiguration: תמונה
	Abbildung: תמונה ראשונית
	Urteil: תמונה ראשונית

אויבוסטור - ארספריה



לפיכך

לודוויג ויטגנשטיין
מאמר לוגי-פילוסופי

Ludwig Wittgenstein
LOGISCH-PHILOSOPHISCHE ABHANDLUNG
(TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS)

תרגום לעברית: עדי צמח

© Routledge & Kegan Paul 1961

© זכויות התרגום העברי:
Habibutiz Hamuchad
Publishing House, Tel-Aviv
Printed in Israel, 1994
נדפס בישראל תשנ"ה
סדר ועימח: סטודיו אפרת, ירושלים
לוחות והדפסה: דפוס הדקל בע"מ, תל-אביב

הוצאת הקיבוץ המאוחד

אגודת הספרות
תל אביב

$[x, \xi, \Omega]$

$\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \dots$
 $(\exists \phi): F(\phi u) \cdot \phi u = F$

פילוסופיה
לודוויג ויטגנשטיין

לולות
ויגמולות
מאמר
ליל
פילוסופי

$[x, \xi, \Omega \xi]$
 $\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \Omega^{0+1+1+1} x$
 $(\exists \phi): F(\phi u). \phi u = Fu$

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v}$$

$N(\xi) = \sim(\exists x). fx$
 $\exists x, y). fx.fy$
 $(\exists x): aRx.xRb,$
 $(\exists x): aRx.xRy.yRb$
arb,

193
מאמר
ליל
פילוסופי

לולות
ויגמולות
מאמר
ליל
פילוסופי

$[x, \xi, \Omega \xi]$
 $\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \Omega^{0+1+1+1} x$
 $(\exists \phi): F(\phi u). \phi u = Fu$

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v}$$

$N(\xi) = \sim(\exists x). fx$
 $\exists x, y). fx.fy$
 $(\exists x): aRx.xRb,$
 $(\exists x): aRx.xRy.yRb$
arb,

193
מאמר
ליל
פילוסופי