

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

תרגיל 1: קומבינטוריקה

הגשה תוך שבועיים בתרגול לידי המתרגל בלבד.

שאלה 1:

בכד 3 כדורים לבנים ו-4 שחורים. מוציאים 4 כדורים עם החזרה ורושמים את הצבע על הדף. כמה רשימות אפשריות קיימות?

שאלה 2:

בכמה אפשרויות אפשר להעמיד n ספרים שונים על מדף כאשר k (באשר $k \leq n$) ספרים מסוימים צריכים להיות אחד ליד השני?

שאלה 3:

מתוך 120 חברי הכנסת, יש לבחור וועדת בדיקה מיוחדת למחדלי מזנון הכנסת. הוועדה תורכב מיו"ר, סגן יו"ר, ועוזר לסגן יו"ר. כמה וועדות שונות ניתן להרכיב?

שאלה 4:

כמה קומבינציות קיימות של 4 ספרות אשר אינן מכילות יותר מ-0 אחד.

שאלה 5:

בכתה n תלמידים, k (באשר $k \leq n$) בנות והשאר בנים. הכיתה בוחרת ועד בן r תלמידים. בכמה ועדים שונים יהיה ייצוג לשני המינים?

שאלה 6:

מסביב לשולחן עגול מתיישבת משפחה המונה 12 נפשות. בכמה דרכים הם יכולים להתיישב אם: רונן וקובי לא מוכנים לשבת אחד ליד השני, שחר ודליה חייבים לשבת אחד ליד השני, ובנם אמיר חייב לשבת ליד דליה?

שאלה 7:

בכיסו של סוחר ישנם r מטבעות נחושת s מאלומיניום ו- t מזהב, הסוחר מוציא בצורה אקראית 3 מטבעות מכיסו. כמה אפשרויות ישנן שכל המטבעות שיוציא הם מאותו חומר?

שאלה 8:

מושיבים 7 תלמידים ביניהם דני ורמי לאורך ספסל. כמה סידורים יש

- ללא הגבלה.
- כאשר דני ורמי יושבים בסמוך.
- כאשר דני ורמי יושבים בשני הקצוות.
- כאשר בדיוק שני תלמידים מפרידים בין דני ורמי.

שאלה 9:

השתמשו בעיקרון ההחלה וההדחה עמ"נ להוכיח ש
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

(חלקו בחירה של k איברים מתוך קבוצה בת n איברים לשני מקרים זרים כך שמספר האפשרויות עבור כל מקרה תואם את אחד המחברים באגף הימני)

שאלה 10:

כמה עובדות מתורת המספרים:

1. כל מספר טבעי $n \in \mathbb{N}$ גדול מ-1 ניתן להצגה באופן יחיד כמכפלה של מספרים ראשוניים $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$ כאשר $k_i \in \mathbb{N}$ החזקה של הראשוני p_i .
2. שני טבעיים נקראים זרים אם אין טבעי שונה מ-1 שמחלק את שניהם, במילים אחרות אם אין להם גורם ראשוני משותף בפירוקים שלהם למכפלות ראשוניים.

עבור $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$ טבעי, חשבו כמה טבעיים קטנים מ- n הינם זרים ל- n . (התוצאה הינה ביטוי בפרמטרים m, p_i, n)

רמז: השתמשו בעקרון המשלים ואח"כ בעיקרון ההכלה וההדחה .

בהצלחה.