1. תהי $f(x) = x^2$. יהי

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos nx + b_n \sin nx]$$

הטור פוריה של f בקטע $[-\pi, \pi]$, ויהי

$$f(x) \sim \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[A_n \cos nx + B_n \sin nx]$$

הטור פוריה של f בקטע $[0, 2\pi]$. נגדיר את הפונקציה

$$h(x) = \frac{a_0 - A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n - A_n)\cos nx + (b_n - B_n)\sin nx$$

לכל $-\pi \leq x \leq \pi$. חשב את h ושרטט במדויק את הגרף של h בקטע $[-\pi, 2\pi]$.

3. תהי $f(x) = \begin{cases} A\sin\omega_0 t, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} \leq t < T \end{cases}$, כאשר $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. חשב את הטור פוריה המרוכב של f בקטע $[0, T]$.

5. תהי $f \in E[-\pi, \pi]$, ויהי

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos nx + b_n \sin nx]$$

הטור פוריה של f. נניח ש־ f היא מחזורית $\frac{\pi}{m}$ עבור $m \in \mathbb{N}$ נתון. הוכח כי $a_n = b_n = 0$ לכל n שאינו מתחלק ב־ $2m$.

2. לכל מספר ממשי $p \neq 0$, תהי $f_p(x) = e^{px}$ בקטע $[-\pi, \pi]$, ויהי

$$f_p(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos nx + b_n \sin nx]$$

הטור פוריה של f_p בקטע זה.

א. חשב את a_n ו־ b_n.

ב. חשב את $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ ואת $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$.

6. תהי $f(x) = xe^{ix}$. מצא את הטור פוריה המרוכב של f בקטע $[-\pi, \pi]$ וחשב את $F(\pi)$, $F(-\pi)$, ו- $F(\frac{\pi}{4})$. כאשר

$$F(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$$

הוא הטור פוריה המרוכב של f.

7. תהי

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{2x}{\pi}, & -\pi < x < 0 \\ 2, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

א. חשב את המקדמים a_n ו- b_n של הטור פוריה של f בקטע $[-\pi, \pi]$.

ב. נגדיר את הפונקציה

$$g(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos nx + b_n \sin nx], \qquad -\infty < x < \infty.$$

בדוק את התכנסות הטור לכל ערך של x ושרטט סקיצה של הגרף של g בקטע $[-3\pi, 3\pi]$.