

תרגיל 7

- תאריכי הגשה: הקבוצה של יום שלישי – 21/12. יום רביעי – 22/12. יום חמישי – 23/12. שימו לב: קבוצה 05 (בלבד), צריכה להגיש את התרגיל עד 26/12 ב-12:00 לתא של מיכאל פרידמן (מס' 60).
- נא לכתוב על התרגילים שם, ת.ז. ומספר קבוצת תרגול.
- ההגשה היא רק לקבוצות שאתם רשומים אליהן! תרגילים שיוגשו לקבוצות אחרות לא יבדקו.

1. מצאו כמה מחלקות צמידות יש ב- S_6 ורשמו נציג לכל מחלקה.

2. תהי $V = \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \subseteq A_4$.

א. הוכיחו כי V תת-חבורה נורמלית של A_4 .

ב. הוכיחו כי A_4/V חבורה ציקלית.

3. א. מהו מספר התמורות מהצורה $(ab)(cd)$ ב- S_n כאשר (ab) ו- (cd) חילופים זרים?

ב. כמה איברים ב- S_{10} מקיימים את המשוואה $x^3 = id$?

4. עבור כל אחד מהזוגות הבאים של תמורות ב- S_9 , קבעו האם הן צמודות, ובמידה והן צמודות מצאו איבר המצמיד אותן.

א. $\alpha = (12)(345)(78), \quad \beta = (162)(35)(89)$

ב. $\alpha = (12)(345)(78), \quad \beta = (12)(34578)$

ג. $\alpha = (12)(345)(78), \quad \beta = (12)(234)(78)$

ד. $\alpha = (12)(23)(34)(789), \quad \beta = (123)(4567)$

5. מצאו את המרכז של:

א. חבורת הקוטרניונים

ב. החבורה D_8

שימו לב: יש להוכיח שהקבוצות שמצאתם הן אכן המרכז. (עדיפה הוכחה המשתמשת במשפטים שלמדנו על פני בדיקה חישובית מייגעת.)

6. א. הוכיחו או הפריכו: $(2\mathbb{Z}, +) \cong (3\mathbb{Z}, +)$

ב. הוכיחו או הפריכו: אם H, K תת-חבורות נורמליות של G כך ש- $H \cong K$ אז $G/H \cong G/K$.

7. מצאו את קבוצת כל התמורות $\gamma \in S_n$ המקיימות $\gamma(1, \dots, n)\gamma^{-1} = (1, \dots, n)$ והראו שזאת חבורה ציקלית.