

**בחינת סיום (מועד ב') בקורס**  
**מבנים אלגבריים להנדסה (83218)**  
 מרצה: ד"ר נתן קלר

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

נא לענות על 4 מתוך 5 השאלות. בכל שאלה, סעיף א' שווה 15 נקודות וסעיף ב' שווה 10 נקודות.  
 חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון בלבד.

בהצלחה!

שאלה 1

- א. הוכיחו כי החבורה  $(Q, +)$  [המספרים הרציונליים עם פעולת חיבור] אינה ציקלית.  
 ב. תנו דוגמא לחבורה ציקלית אינסופית שאינה  $(Z, +)$  [המספרים השלמים עם פעולת חיבור].

שאלה 2

- א. יהי  $f$  הומומורפיזם מחבורת התמורות  $S_3$  לחבורה  $(Z_3, +)$ . הוכיחו כי  $\text{Ker } f = S_3$ .  
 ב. האם קיים הומומורפיזם חח"ע מ-  $S_3$  לחבורה  $(Z_{24}, +)$ ?

שאלה 3

- א. תהי  $G$  חבורה קומוטטיבית. תהי  $D = \{(g, g) : g \in G\}$ . הוכיחו כי  $D$  היא תת חבורה נורמלית של  $G \times G$ .  
 ב. האם לחבורת התמורות  $S_4$  יש תת חבורה נורמלית (חוץ מכל החבורה כולה ו  $\{e\}$ )?

שאלה 4

- א. יהי  $(R, +, \cdot)$  חוג. נסמן את האדיש החיבורי של  $R$  ב-  $0$ . הוכיחו שלכל  $x \in R$  מתקיים  $x \cdot 0 = 0$ .  
 ב. תנו דוגמא לחוג קומוטטיבי ולתת חוג שלו שאיננו אידאל.

שאלה 5

- א. נתבונן בשדה  $F_{2^n}$ . הוכיחו כי לכל  $x \in F_{2^n}$ , קיים  $y \in F_{2^n}$  כך ש-  $y^2 = x$ .  
 ב. האם טענת סעיף א' נכונה גם לגבי השדה  $F_9$ ?