

מתמטיקה בדידה 88-195 מועד א' תשס"ה. ד"ר דהרי, פרופ' פייגלשטוק.  
 זמן הבחינה שעתיים וחצי. מותר להשתמש במחשבון.  
 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ ,  $\mathbb{Q}$  = קבוצת המספרים הרציונלים,  $\mathbb{R}$  = קבוצת המספרים הממשיים,  
 $A' = A^c$  = המשלים של הקבוצה  $A$ .

### חלק א'

ענה על כל השאלות בשאלון. ערך כל חלק 3 נק'.

1. א)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$  כן / לא.

ב)  $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$  כן / לא.

ג)  $P(A \times B) = P(A) \times P(B)$  כן / לא.

ד)  $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$  כן / לא.

2. א) תהי  $A = \{1, 2, 3\}$ . מספר יחסי השקילות על  $A$  הוא \_\_\_\_\_.

ב)  $E$  הוא יחס על קבוצה  $A$ ,  $F$  הוא יחס על קבוצה  $B$ , ויחס  $G$  על  $A \times B$  מגדר ע"י  
 $((a_1, b_1), (a_2, b_2)) \in G$  אם ורק אם  $(a_1, a_2) \in E$  ו-  $(b_1, b_2) \in F$ . אם  $E$  ו-  $F$   
 סימטרים אזי  $G$  הוא סימטרי, כן / לא.

ג) תהי  $A$  קבוצה סופית,  $E$  יחס שקילות על  $A$ , ויהיו  $A_1, \dots, A_k$  כל מחלקות השקילות השונות  
 של  $A$ . אזי  $|E| = |A_1|^2 + \dots + |A_k|^2$ , כן / לא.

ד) אם  $E$  ו-  $F$  הם יחסי שקילות על קבוצה  $A$  אזי  $E \cap F$  הוא יחס שקילות על  $A$ , כן / לא.

3. א) יהיו  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציות, ותהי  $h: A \rightarrow \mathbb{R}$  מגדרת ע"י  $h(a) = f(a) + g(a)$  לכל  
 $a \in A$ . אם  $f$  ו-  $g$  הן חח"ע אזי  $h$  היא חח"ע, כן / לא.

ב) תהי  $f: A \rightarrow \mathbb{N}$  פונקציה, ותהי  $f': P(A) \setminus \{\emptyset\} \rightarrow \mathbb{N}$  מגדרת ע"י  
 $f'(B) = \min\{f(b) : b \in B\}$  לכל  $\emptyset \neq B \subseteq A$ . אם  $f$  על אז  $f'$  על, כן / לא.

ג) יהיו  $f, g: A \rightarrow B$  פונקציות. אם  $g \circ f = 1_A$  אזי  $f$  היא חח"ע ועל, כן / לא.

ד) תהי  $f: A \rightarrow A$  פונקציה. אם  $f \circ f = 1_A$  אזי  $f = 1_A$ , כן / לא.

4. א) אם  $A \subsetneq B$  אזי  $|A| < |B|$ , כן / לא.

ב) אם  $A, B, C$  הן קבוצות בנות מניה אזי  $A \times B \times C$  היא בת מניה, כן / לא.

ג)  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  היא בת מניה, כן / לא.

ד) אם  $A$  היא קבוצה לא ריקה אזי  $|A \times A| > |A|$ , כן / לא.

5.  $G = (V, E)$  הוא גרף בלתי מכוון,  $|V| = n$ ,  $|E| = e$ .

א) אם  $n \leq e$  אזי יש מעגל ב- $G$ , כן / לא.

ב) אם  $G$  אוילריני אזי  $G$  מישורי, כן / לא.

ג) אם  $\deg(v) \geq 2$  לכל  $v \in V$  אזי  $G$  הוא קשיר, כן / לא.

ד)  $K_{n,m}$  הוא המילטוני אם ורק אם  $n = m$ , כן / לא.

6. א) מספר הפתרונות של המשוואה  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18$  כסכום של מספרים שלמים  $> 0$  הוא \_\_\_\_\_.

ב) מס' המילים בנות 5 אותיות שניתן להרכיב מן האותיות  $\{A, A, A, B, C, C\}$  הוא \_\_\_\_\_.

ג) צריך לשבץ 100 חיילים לגולני, גבעתי ולשריון כך שלפחות 10 חיילים יגיעו לכל אחת מיחידות אלו. מס' הדרכים לשבץ את החיילים הוא \_\_\_\_\_.

ד) מס' הדרכים לחלק 40 אנשים ל-4 חדרים שונים כך שיהיו 10 אנשים בכל חדר הוא \_\_\_\_\_.

## חלק ב'

ענה על שתי השאלות. ערך כל שאלה 14 נק'.

1. בבית ספר ישנן 4 כיתות, ט', י', י"א, ו-י"ב. בכל כיתה ישנם 30 תלמידים. מצא אך ורק בעזרת עקרון ההכלה וההדחה את מס' הדרכים לבחור 5 תלמידים מבית הספר כך שלפחות אחד מהם הוא מכיתה ט', ואחד מהם הוא מכיתה י'.

2. נתונה המשוואה  $f(n) = 2 - 5f(n+1) + f(n+2)$ , עם תנאי ההתחלה  $f(0) = 1$  ו- $f(1) = 1$ . מצאו פונקציה  $f: \mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  הפותרת את המשוואה ומקיימת את תנאי ההתחלה.

**בהצלחה!**