

סמסטר א', מועד א', תשע"ז
תאריך הבחינה: 27.2.2017
מספר קורס: 230 – 88

בחינה בקורס חשבון אינפיניטסימלי 3

המרצים: ניר לב, יורם לוזון, אנדריי לרנר

משך הבחינה: 3 שעות.
אין להשתמש בכל חומר עזר.
יש לענות על ארבע מתוך חמש שאלות.
משקל כל שאלה 25 נקודות.

1. תהי $E \subset \mathbb{R}^n$. נניח כי לכל כיסוי של E על-ידי קבוצות פתוחות קיים תת-כיסוי סופי. הוכיחו כי E קבוצה סגורה וחסומה.

2. האם הפונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^4}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$?

3. מצאו מלבן (עם צלעות מקבילות לצירים) בעל שטח מקסימלי החסום באליפסה $2x^2 + y^2 = 1$.

4. חשבו

$$\iiint_E \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz$$

כאשר

$$E = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq z\}$$

5. תהי $U \subset \mathbb{R}^n$ קבוצה פתוחה וחסומה, ותהי $f : \bar{U} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה ב- \bar{U} ודיפרנציאבילית ב- U . נניח כי f מתאפסת על השפה ∂U . הוכיחו כי קיים $x \in U$ כך ש- $\nabla f(x) = 0$.

בהצלחה!