

בוּחַן לְדוּגְמָא

ענו על כל השאלות הבאות. הציון המקסימלי אליו ניתן להגיע הוא 110.

1. נתון המשפט: אני רוצה לאכול ולשחק במחשב, או שאני רוצה להפגש עם חברים ולשחק כדורגל.

א. (20 נקודות) הצרינו את הביטוי.

ב. (15 נקודות) כתבו במפורש שלילה שלו (יש יותר מאפשרות אחת) פתרון:

א. נסמן: אני רוצה לאכול $A =$

אני רוצה לשחק במחשב $B =$

אני רוצה להפגש עם חברים $C =$

אני רוצה לשחק כדורגל $D =$

אז ההצרנה היא:

$$(A \wedge B) \vee (C \wedge D)$$

ב. ניתן לראות שהשלילה של הביטוי המתמטי

$$((\neg A) \vee (\neg B)) \wedge ((\neg C) \vee (\neg D))$$

ולכן שלילה של המשפט תהיה:

אני לא רוצה לאכול או לא רוצה לשחק במחשב, וגם אני לא רוצה להפגש עם חברים,

או לא רוצה לשחק כדורגל.

2. (30 נקודות) נתונות הקבוצות: $A = \{1, \{1\}\}$, $B = \{\{2\}, 2, \{1\}\}$ חשבו את

$$P(P(A \cap B))$$

פתרון: $P(P(A \cap B)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\{1\}\}\}, \{\emptyset, \{\{1\}\}\}\}$

3. (40 נקודות) הוכיחו: לכל 3 קבוצות A, B, C מתקיים:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

פתרון:

נראה הוכלה דו כיוונית.

\subseteq : יהי $x \in A \cup (B \cap C)$.

\Leftarrow : $x \in A \vee x \in B \cap C$

$$\begin{aligned}
& x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C) \iff \\
& \quad \text{מקרה ראשון: } x \in A \\
& \quad x \in A \cup B \wedge x \in A \cup C, \text{ אזי} \\
& \quad x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \iff \\
& \quad \quad \text{מקרה שני: } x \in B \wedge x \in C \\
& \quad x \in A \cup C \iff x \in C \vee x \in A \cup B \iff x \in B, \text{ אזי} \\
& \quad x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \iff \\
& \quad \quad \exists: \text{ יהי } x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \iff \\
& \quad \quad x \in A \cup B \wedge x \in A \cup C \iff \\
& \quad (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C) \iff \\
& \quad \quad \text{מקרה ראשון: } x \in A \\
& \quad \quad x \in A \cup (B \cap C) \iff \\
& \quad \quad \quad \text{מקרה שני: } x \notin A \\
& \quad \quad \quad x \in B \wedge x \in C \iff \\
& \quad \quad \quad \quad x \in B \cap C \iff \\
& \quad \quad \quad \quad x \in A \cup (B \cap C) \iff
\end{aligned}$$