

# מועד א אינפי 2 החממה 88-133 תשפ"א

הוקלד ע"י עידן טורקניץ

4 בדצמבר 2021

## יש לענות על 3 מתוך 4 השאלות

משקל כל שאלה הוא 32 נקודות, אלמלא כתוב בפירוש אחרת. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות שווה בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

### שאלה 1

הוכיחו את המשפט היסודי, כלומר:

תהי  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  אינטגרבילית, ותהי  $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציית השטח המתאימה, כלומר  $F(x) := \int_a^x f(t) dt$ . אז בנקודות הרציפות של  $f$ ,  $F$  גזירה ומתקיים  $F' = f$ .

### שאלה 2

נתון טור החזקות  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ . הוכח או הפרך:

1. הטור מתכנס בכל הישר (10 נקודות)
2. הטור מתכנס במ"ש בכל הישר (12 נקודות)
3. הטור מתכנס בהחלט בכל הישר (10 נקודות)

### שאלה 3

נתונה סדרת פונקציות  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  המוגדרת ע"י  $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$ . הוכח או הפרך:

1. סדרת הפונקציות מתכנסת במ"ש בקטע  $[0, 1]$
2. לכל  $x \in [0, 1]$  מתקיים

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^x f_n(t) dt = \int_0^x \left( \lim_{n \rightarrow \infty} (f_n(t)) \right) dt$$

### שאלה 4

1. האם האינטגרל הלא אמיתי  $\int_0^\infty \sin(x^2)$  מתכנס? (רמז: החלפת משתנים  $t = x^2$ )
2. חשבו את ערכו של הטור הבא:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$$