

83-116 מתמטיקה בדידה – תרגיל 6

לציין בפתרון המוגש: שם מלא, ת.ז ויום של התרגול אליו אתם באים

תרגיל 1 ציינו לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות האם היא חח"ע, על או הפיכה (או כל השלושה!) אם הפונקציה הפיכה, ציינו את הפונקציה ההופכית שלה, והוכיחו שהיא ההופכית.

א. $f(n) = n + 1, f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \setminus \{1\}$

ב. $f(n) = |n|, f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$

ג. $f(x) = 2x^3 - 3, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

ד. $f(x) = 10^{2-x}, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$

כאשר $\mathbb{R}^+ \setminus \{0\} = \{r \in \mathbb{R} \mid r > 0\}$

ה. תהי A קבוצה. $f: P(A) \rightarrow P(A)$, $f(B) = A \setminus B$
ו. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ (מספר הגורמים השונים של המספר n), $f(n) =$

[למשל: $f(12) = 6$ כי 12 מתחלק ב: 1,2,3,4,6,12]

תרגיל 2 תהי $f: X \rightarrow Y$ הוכח או הפרך:

א. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

ב. $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$

תרגיל 3 לכל פונקציה קבע אם היא חח"ע ומצא את קב' התמונות שלה.

א. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = 2x + 1$

ב. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = x^3 - x$

תרגיל 4

יהיו $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ פונקציות.

א. הוכיחו שאם: $g \circ f$ על, אז g על. מצאו f, g כך ש: $g \circ f$ על, אבל f לא על.

ב. הוכיחו שאם: $g \circ f$ חח"ע, אז f חח"ע. מצאו f, g כך ש: $g \circ f$ חח"ע, אבל g לא חח"ע.

ג. נניח ש: f, g שתיהן חח"ע ועל. הוכיחו ש: $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

תרגיל 5

נתונות קבוצות: $A = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{5n \mid n \in \mathbb{N}\}$

הוכח: $|A| = |B|$

תרגיל 6

נתונות הקבוצות A, B נתון $|A| = |B|$ ו- $a \in A, b \in B$

הוכח: $|A \setminus \{a\}| = |B \setminus \{b\}|$

תרגיל 7 הוכח:

$$\sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=n} \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} = m^n .$$

(רמז: דומה לתרגיל של מקדמי הבינום...)

בהצלחה!