

פתרון תרגיל 1 - אינפי 4 תשע"ד

8 ביוני 2014

שאלה 1:

1. אינה תבנית מולטילינארית מתחלפת.

2. בעזרת הנוסחה מהרצאה אנחנו נקבל:

$$f(v, w) = \langle e_1 + e_2 + e_3, v \times w \rangle = \alpha_{1,2} dx_{(1,2)} + \alpha_{1,3} dx_{(1,3)} + \alpha_{2,3} dx_{(2,3)}$$

כאשר $\alpha_{i,j} = f(e_i, e_j)$. אם נסמן $e_1 = x, e_2 = y, e_3 = z$ נקבל:

$$f = dx \wedge dy - dx \wedge dz + dy \wedge dz$$

שאלה 2:

נשים לב ש

$$AB = \begin{pmatrix} R_1(A)C_1(B) & \dots & R_1(A)C_k(B) \\ \vdots & & \vdots \\ R_k(A)C_1(B) & & R_k(A)C_k(B) \end{pmatrix}$$

אם נקבע את A נקבל פונקציה מולטילינארית מתחלפת של b^1, \dots, b^k הנתונה על ידי $M(b^1, \dots, b^k) = \det(AB)$ כאשר B היא מטריצה שעמודותיה הן b^1, \dots, b^k . כידוע, ניתן לבטא את M על ידי

$$M(b^1, \dots, b^k) = \sum_{[I]} \alpha_I dx_I(b^1, \dots, b^k) = \sum_{[I]} \alpha_I \det(B_I)$$

כאשר עבור $I = (i_1, \dots, i_k)$

$$\begin{aligned} \alpha_I &= M(e^{i_1}, \dots, e^{i_k}) = \det(A(e^{i_1}, \dots, e^{i_k})) = \\ &= \begin{vmatrix} a_{1i_1} & \dots & a_{ki_1} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{ki_1} & \dots & a_{ki_k} \end{vmatrix} = \det(A_I^t). \end{aligned}$$

כנדרש.