תורת גלואה – תרגיל 7

1. השלימו את התאמת גלואה עבור שדה הפיצול של שהתחלנו בכיתה. כתבו את התאמת גלואה עבור הפולינום (שגם את חבורת גלואה שלו חישבנו באחד השיעורים האחרונים).   
   לכל אחד מהפולינומים, כתבו את שריג תתי-השדות ושריג תתי-החבורות וזהו בין כל תת-שדה ביניים לתת-חבורה. זהו מי הן ההרחבות הנורמליות (והבחינו שהן מתאימות לתתי-חבורות נורמליות).
2. יהיו פולינומים ספרביליים אי-פריקים מתוקנים השונים זה מזה. נניח כי חיתוך שדות הפיצול שלהם טריוויאלי: . הוכיחו כי חבורות גלואה של שדות הפיצול מקיימות:

. תנו דוגמה שבה הדבר אינו מתקיים, כאשר מסירים את ההנחה על חיתוך שדות הפיצול (אך יתר ההנחות נשמרות).

1. הוכיחו כי היא הרחבת גלואה ותארו את חבורת גלואה שלה.
2. נניח ראשוני. הוכיחו כי .

הדרכה:

1. הראו כי איננו ריבוע מודולו .
2. הגדירו בדומה למהלך מהתרגול. חשבו את ; הראו כי (רמז: סכום שורשי היחידה מסדר כלשהו הוא 0; היעזרו בסעיף א').
3. נתונה הרחבת גלואה מממד 225. יהי תת-שדה ביניים של ההרחבה מממד 25. ידוע כי גלואה לאיזה תת-שדה ביניים אמתי (המוכל ממש ב-). הראו כי גלואה.