

תרגיל 7-פתרון

1. עבור כל אחד מהזוגות הבאים, בדוק האם שני הפסוקים שקולים:

א. $(p \rightarrow q) \rightarrow p ; p \rightarrow (q \rightarrow p)$

ב. $[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge [(p \wedge r) \rightarrow q] ; p \rightarrow q$

א. לא שקולים. אם $p = F$ $q = F$ אז $p \rightarrow (q \rightarrow p) = T$; $(p \rightarrow q) \rightarrow p = F$

ב. שקולים:

אם $r = F$ אז צד שמאל שקול ל: $[p \rightarrow q] \wedge T \Leftrightarrow p \rightarrow q$

אם $r = T$ אז צד שמאל שקול ל: $T \wedge [p \rightarrow q] \Leftrightarrow p \rightarrow q$

2. פשטו את הביטויים הבאים:

א. $\neg(p \vee q) \wedge q \vee r$

ב. $\neg(\neg(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge p)) \vee [p \wedge (q \rightarrow \neg q)]$

א. $\neg(p \vee q) \wedge q \vee r \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q \wedge q \vee r \Leftrightarrow \neg p \wedge F \vee r \Leftrightarrow F \vee r \Leftrightarrow r$

ב. $\neg(\neg(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge p)) \vee [p \wedge (q \rightarrow \neg q)] \Leftrightarrow_{q \rightarrow \neg q \equiv \neg q \vee \neg q} \neg(\neg(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge p)) \vee [p \wedge \neg q] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \neg(\neg(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge p)) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow_{p \rightarrow q \equiv \neg(p \wedge \neg q)} \neg(\neg(p \wedge \neg q) \wedge (q \wedge p)) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \neg((p \wedge \neg q) \wedge (q \wedge p)) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge (\neg q \wedge q) \wedge p) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \neg(p \wedge F \wedge p) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow T \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow T$

3. בטא בצורה שקולה את: (רמז: פשטו קודם).

א. $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (r \vee p)$ באמצעות הקשרים \neg , \wedge בלבד.

ב. $[(\neg(p \wedge q)) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee s)] \vee \neg r$ באמצעות הקשרים \neg , \rightarrow בלבד

א.

$$(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (r \vee p) \equiv (p \vee q) \rightarrow (r \vee p) \equiv \neg(p \vee q) \vee (r \vee p) \equiv$$

$$(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \vee p) \equiv \underbrace{(\neg p \vee p \vee r)}_T \wedge (\neg q \vee r \vee p) \equiv \neg q \vee r \vee p \equiv$$

$$\underbrace{\underbrace{T \vee r = T}_{T \wedge a = a}}$$

$$\neg(q \wedge \neg r \wedge \neg p)$$

$$[(\neg(p \wedge q)) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee s)] \vee \neg r \equiv [(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee s)] \vee \neg r \equiv \quad .\neg$$

$$\left[\underbrace{\neg p \vee \left(\underbrace{\underbrace{\neg q \wedge q \wedge s}_{F}}_{F} \right)}_{a \vee F = a} \right] \vee \neg r \equiv \neg p \vee \neg r \equiv p \rightarrow \neg r$$