

# 89-198 מתמטיקה בדידה – תרגיל 4

נא לציין בפתרון המוגש שם מלא ותעודת זהות.  
יש לכתוב את הפתרון בכתב ברור וקריא, ולנמק כל מעבר.

**מועד הגשה:** ד תשרי, 13/09.

בתרגילים הבאים צריך להוכיח את הטענות.

בשאלות 2,3 עליכם לכתוב את האסטרטגיות בהן השתמשתם!

**שאלה 1:** נניח ש  $A \Delta B$  ו  $C$  זרות ו  $x \in A$ . הוכח שאם  $x \in C$  אז  $x \in B$ .

**שאלה 2:** יהיו  $a, b$  מספרים ממשיים ו  $a \neq 0$ . הוכח שקיים מספר ממשי יחיד  $x$  המקיים  $ax + b = 0$ .

**שאלה 3:** יהיו  $a, b, c$  מספרים שלמים. הוכח שאם  $a \nmid bc$  אזי  $a \nmid b$ .

**שאלה 4:** יהי  $a$  מספר שלם. הוכח ש  $a \nmid 3$  אם ורק אם  $3 \mid (a^2 - 1)$ .  
(זהו מקרה פרטי של משפט מפורסם שנקרא המשפט הקטן של פרמה).  
רמז 1: המשמעות של  $a \nmid 3$  היא  $\exists k \in \mathbb{Z} (a = 3k + 1 \vee a = 3k + 2)$ .  
רמז 2: ניתן להסתמך על הטענה שלכל  $x \in \mathbb{Z}$ , אם  $3 \mid x$  אז  $3 \mid (x - 1)$ .

**שאלה 5:** תהיינה  $A, B$  קבוצות. הוכח ש  $P(A \setminus B) \subseteq (P(A) \setminus P(B)) \cup \{\emptyset\}$ .

**שאלה 6:** תהי  $\{A_i\}_{i \in I}$  משפחה של קבוצות ונניח ש  $I \neq \emptyset$ . תהי  $B$  קבוצה.  
הוכח ש  $B \setminus (\bigcap_{i \in I} A_i) = \bigcup_{i \in I} (B \setminus A_i)$ .

**שאלה 7:** תהי  $B$  קבוצה ותהי  $\mathcal{F}$  משפחה של קבוצות. הוכח שאם  $\mathcal{F} \subseteq P(B)$  אז  $\bigcup \mathcal{F} \subseteq B$ .

**שאלה 8:** תהיינה  $\mathcal{F}, \mathcal{G}$  משפחות לא ריקות של קבוצות. הוכח ש  $\bigcup (\mathcal{F} \cup \mathcal{G}) = (\bigcup \mathcal{F}) \cup (\bigcup \mathcal{G})$ .

**שאלה 9:** תהי  $A$  קבוצה. הוכח שקיימת קבוצה יחידה  $X$  כך שמתקיים  $A \Delta X = A$ .

**שאלה 10:** תהי  $A$  קבוצה כך שלכל משפחה של קבוצות  $\mathcal{F}$  אם  $\bigcup \mathcal{F} = A$  אזי  $A \in \mathcal{F}$ .  
הוכח שב  $A$  יש אבר אחד בלבד.

(רמז: גם עבור הוכחת קיום וגם עבור הוכחת יחידות נסו הוכחה בדרך השלילה)

בהצלחה