

אלגברה ליניארית 119-89 סמסטר א', מועד א, תשע"ו

מרצה: פרופסור סטוארט מרגוליס.

תאריך: 18.2.2016

משך המבחן: שעתיים וחצי.

הוראות: ענה על כל השאלות. כל שאלה שווה 25 נקודות.

מכיוון שהמחברות ייסקו, כל פתרון חייב להיכתב במחברת בלבד. יש לרשום תשובות מנומקות. בהצלחה!!!

1. נתונה מערכת המשוואות:

$$x + ay + z = 1$$

$$x + y - z = 1$$

$$ax + y + 2z = -4$$

(א) עבור אילו ערכים של a יש למערכת אינסוף פתרונות, פתרון יחיד, או שאין פתרון.
(ב) אם יש אין סוף פתרונות, הציגו את הפתרון הכללי.

2. תהי $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ ותהי $T_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ההתאמה הליניארית מוגדרת ע"י A .

(א) מצאו בסיס והממד של $\text{Im}(T_A)$.

(ב) מצאו בסיס והממד של $\text{Ker}(T_A)$.

3. תהי $A = \begin{bmatrix} -4 & -21 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A ועבור כל אחד מהם מצא וקטור עצמי עבורו.

(ב) מצאו מטריצה S כך ש- $S^{-1}AS$ היא מטריצה אלכסונית.

(ג) תשתמשו בתשובה ל (ב) לחשב את A^5 .

4. (א) הוכיחו כי $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ הוא בסיס של \mathbb{R}^2 .

(ב) מהן הקואורדינאטות של $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ביחס ל- B ?

(ג) תהי ההתאמה הליניארית מוגדרת ע"י $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. חשבו $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right)$.