

תרגיל 11

1. א. הוכיחו: a נקודת הצטברות משמאל של קבוצה X אם"מ יש סדרה עולה ממש $x_n \rightarrow a$.

ב. לכל סדרה עולה ממש $x_n \rightarrow a$ בתחום הפונקציה, מתקיים $f(x_n) \rightarrow b$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b \Leftrightarrow$$

ג. הוכיחו כי הפונקציה $e^x: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ היא רציפה, עולה ממש ועל.

ד. הסיקו שגם \log היא רציפה, עולה ממש ועל.

2. א. נתון ש f פונקציה רציפה ושלילית ב $(0, \infty)$ ומקיימת $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$

$$\sup\{f(x): x \in [0, \infty)\} < 0$$
 הוכיחו/הפריכו:

ב. תהי f פונקציה רציפה בקטע $[0, a]$, כך שמתקיים $f(a) = f(0)$. הוכיחו שקיים $x_0 \in [0, \frac{a}{2}]$

$$\text{כך ש } f(x_0) = f(x_0 + \frac{a}{2})$$