

מבחן מועד א' – מבוא לאלגברה לינארית 1 למורים – 88-613 – 01/02/22

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 30 נק', ענו על כל השאלות.

1. z_A, z_B, z_C הם שלושה מספרים מרוכבים שונים המייצגים את הנקודות A, B, C בהתאמה במישור גאוס. נתון כי $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$, הנקודה A נמצאת ברביע הראשון, וכן z_A, z_C מקיימים את המשוואה $(8 - i)z = (8 + i)\bar{z}$

א. מצאו את z_A, z_C

נתון בנוסף כי $AB = BC$

ב. מצאו את שתי האפשרויות ל z_B

נתון בנוסף כי B נמצאת ברביע השני

ג. a_n היא סדרה הנדסית בה $a_1 = z_A$ וכן $a_2 = z_B$.

נתון כי $a_1 + a_2 + \dots + a_m = 0$, הוכיחו כי m מתחלק ב-4 ללא שארית

הערה: סדרה הנדסית היא סדרה מהצורה $a_n = a_1 q^{n-1}$ עבור q קבוע, ומתקיים כי $a_1 + a_2 + \dots + a_m = a_1 \cdot \frac{1-q^m}{1-q}$

2. יהיו $a, t \in \mathbb{R}$ פרמטרים, ונביט במערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + z = -a^2 \\ x + (a - t)y + (1 + a)z = 0 \\ tx + 2tz = t^2 - ta^2 \end{cases}$$

א. מצאו לכל ערכי הפרמטרים האם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות

ב. עבור $t = 1, a = 1$, מצאו את הפתרון הכללי של המערכת

ג. מצאו ערכים של a, t עבורם $(1, 1, -1)$ הוא פתרון של המערכת

3. נביט במטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

א. מצאו בסיסים ומימדים לשלושת מרחבי המטריצה $C(A), R(A), N(A)$

ב. מצאו בסיס ל $C(A) \cap R(A)$

4. נביט בתתי המרחבים

$$U = \{(x, y, z) | x + y - z = 0\}$$

$$W = \text{span}\{(1, 2, 2), (0, 2, 1), (2, 2, 3)\}$$

א. מצאו בסיסים ומימדים ל U, W

ב. מצאו בסיס ומימד ל $U \cap W$

ג. מצאו את נקודת החיתוך בין הישר $U \cap W$ שמצאתם בסעיף ב', ובין המישור $x - y + z = 1$